

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA-ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ISSEA-YAOUNDE

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE-DAKAR

AVRIL 2018

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

1^{ère} Composition de Mathématiques

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Exercice.

On considère le système différentiel de fonctions inconnues x, y et de variable $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) - y(t) \\ y'(t) = x(t) + 3y(t) \end{cases}$$

1. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Calculer le polynôme caractéristique de la matrice A et en déduire que la matrice $B = A - 2I_2$ est nilpotente, où I_2 est la matrice identité.
2. En utilisant sans démonstration l'égalité $e^{tA} = e^{2t}e^{t(A-2I_2)}$, valable pour tout réel t , donner l'expression de la matrice e^{tA} .
3. En utilisant ce qui précède, trouver la solution du système différentiel vérifiant

$$\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Problème.

On désigne par \mathbb{N} l'ensemble des entiers naturels, par \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels et par \mathbb{C} l'ensemble des nombres complexes.

Partie I

On considère la série entière $\sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s} z^n$ de la variable complexe z , où s est un nombre réel donné.

1. Déterminer le rayon de convergence de cette série entière.
2. On suppose que $z = e^{i\theta}$ est un nombre complexe de module 1. Étudier la convergence de $\sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s} z^n$ dans le cas où $s > 1$ ainsi que dans le cas où $s \leq 0$.

3. On suppose que $0 < s \leq 1$. Étudier la convergence de $\sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s} z^n$ pour $z = 1$.

4. On suppose toujours que $0 < s \leq 1$ et $z = e^{i\theta}$ est un nombre complexe de module 1. On suppose de plus que $z \neq 1$. On pose $S_0 = 0$ et pour tout nombre entier $n \in \mathbb{N}^*$,
$$S_n = \sum_{k=1}^n z^k.$$

(i) Montrer que $|S_n| \leq \frac{1}{|\sin \frac{\theta}{2}|}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(ii) En écrivant z^k sous la forme $S_k - S_{k-1}$ pour tout nombre entier $k \in \mathbb{N}$, montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad \sum_{k=1}^n k^{-s} z^k = \sum_{k=1}^{n-1} S_k [k^{-s} - (k+1)^{-s}] + S_n n^{-s}.$$

- (iii) Montrer que la série $\sum_{n=1}^{+\infty} S_n [n^{-s} - (n+1)^{-s}]$ est convergente et en déduire que la série $\sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s} z^n$ est convergente.

Nous noterons dorénavant $\varphi(z, s)$ la somme $\sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s} z^n$ pour tout couple $(z, s) \in \mathbb{C} \times \mathbb{R}$ pour lequel cette série est convergente :

$$\varphi(z, s) = \sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s} z^n. \quad (1)$$

5. On note I l'intervalle ouvert $I =]-1, 1[$ de \mathbb{R} .

(a) Montrer que pour tout $(x, s) \in I \times \mathbb{R}$ on a $\varphi(x, s+1) = \int_0^x \frac{\varphi(t, s)}{t} dt$.

(b) Calculer $\varphi(x, 0)$ et $\varphi(x, 1)$ pour tout $x \in I$.

6. On suppose dans cette question que $s > 1$. On définit alors $\Gamma(s)$ par l'intégrale

$$\Gamma(s) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{s-1} dt.$$

(i) Calculer $\Gamma(2)$.

(ii) Soit f_n la fonction définie sur $[0, +\infty[$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $f_n(t) = e^{-nt} t^{s-1}$.
Montrer que f_n est intégrable sur $[0, +\infty[$ et exprimer $\int_0^{+\infty} f_n(t) dt$ à l'aide de n, s et l'intégrale $\Gamma(s)$.

(iii) Soit z un nombre complexe de module inférieur ou égal à 1. Montrer que la série $\sum_{n=1}^{+\infty} z^n f_n(t)$ de fonctions de la variable réelle t est intégrable terme à terme sur $]0, +\infty[$.
En déduire que pour tout $s > 1$ et pour tout $z \in \mathbb{C}$ tel que $|z| \leq 1$, on a

$$\varphi(z, s) = \frac{z}{\Gamma(s)} \int_0^{+\infty} \frac{t^{s-1}}{e^t - z} dt.$$

Partie II

Pour tout nombre réel $s > 1$, on pose $\zeta(s) = \varphi(1, s) = \sum_{n=1}^{+\infty} n^{-s}$, où φ a été définie dans la partie **I** par la formule (1).

1. Montrer que ζ est une fonction indéfiniment dérivable de la variable s sur $]1, +\infty[$.
2. Montrer que ζ est strictement décroissante sur $]1, +\infty[$.
3. Montrer que pour tout $s \in]1, +\infty[$, on a :

$$0 \leq \zeta(s) - 1 \leq \int_1^{+\infty} t^{-s} dt \leq \zeta(s).$$

En déduire la limite de $\zeta(s)$ lorsque s tend vers $+\infty$. Déterminer un équivalent de $\zeta(s)$ lorsque s tend vers 1 par valeurs supérieures à 1.

Partie III

1. Soit g la fonction de la variable réelle x définie par :

$$(i) \quad g(x) = \left(\frac{\pi-x}{2}\right)^2 \text{ pour tout } x \in [0, 2\pi[$$

$$(ii) \quad g \text{ est périodique de période } 2\pi.$$

a- Montrer que g est paire.

b- Développer g en série de Fourier réelle.

c- Étudier l'égalité entre g et la somme de sa série de Fourier.

d- Calculer les valeurs de $\zeta(2)$ et $\zeta(4)$, où ζ est la fonction définie dans la partie précédente.

2. Soit θ un nombre réel. On note $R_\varphi(\theta)$ la partie réelle de $\varphi(e^{i\theta}, 2)$, où φ est la fonction définie dans la partie I par la formule (1).

a- Exprimez $R_\varphi(\theta)$ à l'aide de $g(\theta)$.

b- En déduire que pour tout $\theta \in \mathbb{R}$ on a :

$$\int_0^{+\infty} \frac{t(e^t \cos \theta - 1)}{e^{2t} - 2e^t \cos \theta + 1} dt = g(\theta) - \frac{\pi^2}{12}.$$

c- Déduire de ce qui précède la valeur des intégrales :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{t}{e^t - 1} dt \quad I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{t}{e^t + 1} dt.$$

d- On rappelle que sh désigne la fonction définie sur \mathbb{R} par $\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

$$\text{Calculer l'intégrale } I_3 = \int_0^{+\infty} \frac{t}{\text{sh}(t)} dt$$

Indication : on pourra considérer $I_1 + I_2$.

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – DAKAR

AVRIL 2018

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Modernité et tradition, clivage ou complémentarité ?

Sujet n° 2

Explicitez la citation de Simone Weil, philosophe française, « *La joie est notre évasion hors du temps* ». (La connaissance surnaturelle - 1942)

Sujet n° 3

Les frontières sont-elles nécessaires ?

AVRIL 2018

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les exercices sont indépendants. Dans toute la composition, R désigne l'ensemble des nombres réels.

Exercice n° 1

On considère la fonction numérique f définie sur R^+ par : $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$

1. Etudier les variations de f et tracer son graphe.

2. Pour $x > 0$ et tout entier naturel n , on pose : $u_n(x) = \sqrt{\frac{x^n}{x+1}}$. Etudier la suite $(u_n(x))$ selon les valeurs de x .

3. Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$

Exercice n° 2

Pour $a \in R$, on définit la matrice $M(a)$, carrée d'ordre 3, par : $M(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a \\ a & 1 & -a^2/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. Pour $b \in R$, calculer le produit $M(a)M(b)$

2. Pour tout entier naturel n , calculer $M^n(a)$

3. La matrice $M(a)$ est-elle inversible ? Si oui, calculer son inverse.

4. La matrice $M(a)$ est-elle diagonalisable ? Si oui, préciser sa matrice diagonale semblable.

Exercice n° 3

Pour $t \in \mathbb{R}$, on définit la matrice $M_t = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 \\ t & t^2 & t^3 \\ t^2 & t^3 & t^4 \end{pmatrix}$

1. Déterminer les valeurs propres de M_t ,

2. On justifiera la réponse à chacune des questions suivantes :

- M_t est-elle diagonalisable ?

- M_t est-elle inversible ?

- M_t peut-elle être associée à une projection orthogonale dans \mathbb{R}^3 ?

- M_t peut-elle être associée à une symétrie dans \mathbb{R}^3 ?

3. On considère la suite de matrices $(M_n(t))$ définie par :

$$M_1(t) = M_t \text{ et } M_n(t) = \begin{pmatrix} 1 & t^n & t^{n+1} \\ t^n & t^{n+1} & t^{n+2} \\ t^{n+1} & t^{n+2} & t^{n+3} \end{pmatrix}$$

Etudier cette suite.

Exercice n° 4

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{1+x^2} \operatorname{Ln}(1+x^2)$, où Ln désigne le logarithme népérien.

1. Etudier les variations de f et tracer son graphe.

2. Calculer $I = \int_0^1 x f(x) dx$

3. Résoudre l'équation : $f(x) = 1 + x^2$

Exercice n° 5

Pour n entier strictement positif, on considère la fonction f_n définie sur $[0,1]$ par

$$f_n(x) = x^n - (1-x)^2$$

1. Etudier la monotonie de f_n
2. Montrer que f_n admet une unique racine, que l'on notera α_n
3. Quel est le signe de $f_{n+1}(\alpha_n)$?
4. On considère la suite de terme général α_n
 - Montrer que la suite (α_n) est convergente.
 - Déterminer la limite de la suite (α_n) .
5. Donner l'allure du graphe de f_n pour $n > 2$ (on précisera la convexité et l'évolution du graphe quand $n \rightarrow \infty$).
6. Soit $I_n = \int_{\alpha_n}^1 f_n(x) dx$. Calculer I_n ainsi que sa limite quand $n \rightarrow \infty$

Exercice n° 6

Soit f une fonction numérique définie et continue sur R , vérifiant la relation suivante :

$$\forall (x, y) \in R^2, |f(x) - f(y)| \geq |x - y|$$

1. Etudier la monotonie de f
2. En supposant que f est strictement croissante, montrer que f est une bijection de R dans R .
3. On suppose, dans cette question, qu'il existe un couple (a, b) de R^2 , avec $a < b$, et tel que $f([a, b]) \subset [a, b]$
 - Montrer que f admet un point fixe sur $[a, b]$
 - On suppose que f est croissante, en déduire la forme de la restriction de f à l'intervalle $[a, b]$ (qui sera notée $f_{[a, b]}$)
 - On suppose f décroissante, déterminer $f_{[a, b]}$
4. On suppose que f est croissante.
 - On suppose de plus que pour tout x , $f(x) < x$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
 - Que peut-on dire si pour tout x , $f(x) > x$?

AVRIL 2018

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Ce texte est tiré du livre de Monsieur Jean-Louis SERVAN-SCHREIBER, intitulé : « C'est la vie ! », paru aux éditions Albin Michel en avril 2015.

Il doit être résumé en 250 mots (plus ou moins 10%). Il sera tenu compte de l'orthographe, de la ponctuation et de la présentation de votre copie.

MON MONDE : unique

Même au milieu des autres, j'habite un monde qui n'appartient qu'à moi. Il est contenu en totalité dans mon cerveau et dans mon corps ; il est le produit de mes perceptions, de mes sensations, de mes pensées, de mes sentiments, de mes souvenirs, de mes connaissances et de mes ignorances. Fait de tout ce que je reçois du monde extérieur. Il est mon équipement pour y vivre. Il en est ainsi dans mon rapport à tout autre être humain, comme à tout ce que j'ai rencontré et expérimenté, au gré des jours, depuis que je suis né.

Une illusion est commune à tous : il semble si naturel de croire que les autres perçoivent le même monde que moi. Or ce qui me semble évident, aller de soi, ne l'est pas pour un autre. Comprendre cela désoriente d'abord, remet en cause mes idées reçues. Mais, une fois que je l'ai admis, je suis devenu plus tolérant en même temps que plus intéressé par l'infinie diversité de nos points de vue.

Mon cerveau est fort limité en mémoire comme en capacité à manier les idées. Mais ce qu'il a emmagasiné depuis ma naissance, ou produit en combinant tout ce qu'il a perçu, compris, retenu, est déjà si foisonnant en moi, que je ne peux en exprimer, en décrire, en partager avec d'autres qu'une infime partie. Laquelle est filtrée par celui qui m'écoute ou me lit selon ses propres critères, différents des miens. Je pense souvent que c'est une chance et une prouesse improbable de se comprendre entre nous autrement que par bribes.

Quelle que soit ma richesse intérieure, je ne peux tenter de la communiquer que par le maigre filet de mes mots, mes intonations, mes gestes ou mes intonations de visage. Il en est de

même pour chacun de nous, puisque nous sommes tous porteurs de notre univers, complexe, unique, et qui restera largement inexploré, y compris par nous. Je ne prends pourtant pas cette évidence au tragique. Elle est constitutive de nous tous, humains, et nous parvenons bien à vivre ainsi. Ces mondes élaborés par chaque bipède de notre espèce pour son propre usage, sont plus ou moins originaux, intéressants ou agréables à habiter. Toutefois, c'est là que nous passons nos vies, seuls dans notre monde, mais en compagnie des autres.

Mon monde est l'œuvre de ma vie. Je le meuble, le complète, le modifie chaque jour, au gré de mes expériences et de mes idées. Au début, une cire vierge. Mes premiers souvenirs, à partir de trois ou quatre ans, étaient en forme de point d'interrogation. Qui sont ces gens qui viennent voir mes parents ? Comment répondre à ce que l'on me dit ? Qu'est ce qui est important ? Qu'est-ce que j'ai le droit de faire ? Et toujours et encore : comment ça marche, depuis les rapports avec les autres jusqu'aux objets que je les vois utiliser ?

En thérapie, on commence par explorer l'enfance, car dans nos débuts de la vie tout s'inscrit plus durablement. Puis ce que l'on apprend en vivant s'empile et forme vite un humus si épais que chaque nouvelle couche recouvre et occulte une partie de celles qui l'ont précédée. Mais le socle des impressions d'enfance reste le plus déterminant pour notre avenir.

Etudes, relations, responsabilités, découvertes, déceptions, joies, mon monde s'est ensuite constamment élargi, approfondi. Souvent en désordre et sans que j'aie toujours pu prendre le temps de bien comprendre ou situer ce qui se déposait ainsi en moi. Le résultat de cette imprégnation est forcément personnel, puisque j'en suis l'auteur et l'acteur. En même temps, le processus en est banal, car c'est ainsi que chacun s'élabore lui-même.

Nous construisons tous notre propre monde à partir des éléments communs à tous les autres, ceux du réel extérieur, trié par nos goûts, intérêts et valeurs. Le tout pimenté par les hasards de notre vécu. Comme nous ne pouvons connaître qu'une fraction de la complexité des autres et que nous ne sommes que partiellement conscients de la nôtre, on mesure combien communiquer mobilise une part essentielle de nos énergies et de nos talents. Et que les résultats ne peuvent en être qu'approximatifs.

Ce monde, le mien, est déterminé par mes capacités à savoir, comprendre, mémoriser, voir, écouter. Lesquelles sont restreintes. Nous les humains, qui nous désignons comme des semblables, sommes surtout dissemblables, par nos capacités et nos cheminements si différents.

Nos mondes ont-ils des richesses et des profondeurs variées selon nos aptitudes ? A l'évidence oui. Nous connaissons nombre de nos semblables dont nous admirons l'univers intérieur, plus large et nourri que le nôtre. Mais aussi d'autres dont le monde nous paraît bien étriqué. Chacun se construit une demeure à la mesure de ses moyens et de ce qui l'entoure, comme la chèvre broute autour de son piquet.

Certains astrophysiciens avancent des théories, dites des « multivers », selon lesquelles notre univers ne serait qu'un parmi d'autres. Je le constate à ma toute petite échelle personnelle. Mon propre univers existe dans ma tête, mais il y en a autant que d'humains vivant en même temps que moi. Si je ne pouvais concevoir au-delà du mien, j'y resterais enfermé. Heureusement mon monde personnel tient aussi compte, au moins un peu, de l'existence de

ceux de tous mes semblables. Pas étonnant que l'on réalise aujourd'hui qu'il faut prendre de plus en plus en compte la complexité.

Cette singularité me rend unique, donc seul, même si je suis entouré par d'autres, dont la présence m'est agréable autant que vitale. Raison pour laquelle nous parvenons à bien vivre tous côte à côte. Une proximité n'est pas une connaissance, mais elle nous aide à palier notre solitude existentielle. Il n'y a pas là de quoi dramatiser cette condition, puisque la solitude est constitutive de notre condition d'humains autonomes. Mais si nous sommes par nature seuls, nous nous efforçons d'éviter d'être isolés.

En fait cette singularité/solitude est providentielle, car si les autres étaient et voyaient exactement comme moi, que pourraient-ils m'apporter ? Quand on fait une rencontre, on se raconte, on échange des informations et des impressions. C'est alors que je peux choisir soit d'aller plus loin dans la relation, soit, le cas le plus fréquent, d'en rester là. Mais en même temps que j'en apprend plus sur nos différences, j'explore les éventuelles similitudes et affinités. Une relation féconde se nourrit à la fois de nos dissemblances, grâce auxquelles l'autre nous complète, et de nos ressemblances qui rendent tentants les rapprochements. Là, comme dans tant de situations de la vie, j'essaie de trouver le juste équilibre entre des pôles qui peuvent paraître inconciliables.

Cet effort même rend ma vie plus intéressante. Que l'autre vive dans un monde qui lui est propre en fait à la fois sa complexité et sa richesse. Entrer en relation avec quiconque fait de moi un explorateur.

[...] L'AUTRE : un peu moi

Je dois tout aux autres. Parce que certains sont un peu moi, parce que tout ce que je sais, tout ce qui me permet de vivre me vient d'eux. Surtout dans une société d'aujourd'hui, produite et entretenue par un travail collectif incessant de milliards d'entre nous.

Seul, je ne peux pas me nourrir, me loger, me déplacer, m'instruire, me soigner, me divertir, ni surtout échapper à l'isolement. Ceux du passé ont construit ce pays où je me sens à l'aise. Ils m'ont légué des pensées, des traditions, des principes, des inventions qui rendent ma vie agréable ou simplement possible. Mes contemporains créent et fabriquent tout ce dont je peux avoir besoin et que je serais bien incapable de faire seul. Vivre grâce à tout ce qui me vient d'eux me remet à ma juste place : celle d'une minuscule partie d'un ensemble infiniment complexe.

Au-delà de ces évidences utilitaires mais nécessaires, les autres sont surtout pour moi les sources d'émotion, de stimulation, de désirs parfois, bref de vie. Parce qu'ils sont mes semblables, ils me complètent, parce qu'ils sont différents, ils m'enrichissent.

Donc, tout autre m'intrigue et m'importe. Il m'est par nature, inconnaissable. Il me reste à le découvrir constamment, par bribes. En même temps l'autre me permet de mieux me définir ; par effet miroir, par contraste, par comparaison, voire par antagonisme. Le désir que je peux aussi avoir de l'autre comporte l'espoir d'aménager ma solitude, et même, par instants de l'oublier.

D'ailleurs cette solitude existentielle est-elle une infortune ? Il est convenu de s'en plaindre, alors qu'elle découle de ma singularité de naissance, qui fonde ma liberté de vivre. Je suis seul du fait même que je suis vivant. S'en arranger est la grande affaire. Déplorer l'inévitable ne produit qu'une peine stérile. D'autant que je peux choisir librement d'être seul, quand j'en ressens le besoin. C'est d'être privé de ma solitude qui peut alors devenir une infortune.

Mais l'autre ne m'offre pas seulement sa compagnie, je suis partiellement fait de lui et il est aussi fait de moi. De bien des manières. D'abord génétique puisque, de même que nous sommes tous issus de poussières d'étoiles, je suis un cocktail des gènes de ma chaîne familiale biologique. N'est-il pas toujours troublant de retrouver en soi, dans son aspect ou son comportement, des traits que l'on pouvait constater chez nos ascendants ou collatéraux ? Si j'agis par instants comme mon père, est-ce génétique ou mimétique ? Souvent les deux à la fois. Mais ça signe aussi ce qui, dans mon destin, ne dépend pas de ma seule volonté et assure une continuité, même à mon insu.

L'essentiel de ce que j'ai appris, en bien et en moins bien, m'a été transmis par d'autres. Mes valeurs, mes références, mes exemples me sont venus d'eux, dès le début de mon existence, puis au long de mon parcours. Même en négatif. Ne pas vouloir ressembler à tel autre contribue tout autant à me définir. On se comprend soi-même autant par nos différences avec les autres que par nos similitudes.

[...] LE NOUS : il revient

S'il existe autant de mondes que d'individus singuliers, comment vivre ensemble ? La focalisation de nos contemporains sur la liberté de l'individu comme valeur fondamentale ne trouve-t-elle pas déjà ses limites ? Chacun a l'expérience plus ou moins occasionnelle, que plus je m'affirme comme individu, plus je ressens ma solitude. Cette dernière n'est pas négative par essence, mais demande, au long de ma vie, à être compensée, soutenue, complétée, bref, aménagée.

Le moment semble venu de retrouver le « nous », car l'individu triomphant, dont les droits légitimes ont été enfin reconnus, actés en loi, quasi sacralisés, a peut-être passé son apogée.

Un peu de bon sens suffit pour comprendre que mon autonomie est une fiction. L'individualisme dont se grisent les modernes que nous sommes rappelle nos illusions d'adolescents qui croyaient pouvoir s'affranchir de leurs parents. Il fallait probablement que cette soif d'émancipation s'exprime historiquement dans nos sociétés pour que nous prenions concrètement conscience de ses limites. Le moment semble venu de la dépasser pour aller plus loin en humanité.

[...] Il en était de même dans la principale cellule du nous et du vivre ensemble, la famille. Partout cette dernière reposait sur des hiérarchies méticuleuses, régissant les droits des hommes sur les femmes, comme ceux des parents sur les enfants. Les coutumes comme les religions étaient imposées dès le plus jeune âge et pérennisées une génération après l'autre. La première entrave à toute liberté, en particulier pour les femmes était familiale avant d'être politique ou sociale. Et trop rares encore sont les pays où cette contrainte s'est réellement

desserrée. Dans nos nations où la parité entre les hommes et les femmes a fait de réels progrès, nous l'avons un peu vite oublié.

L'idée neuve que chacun puisse vivre pleinement sa liberté d'être, formulée en Europe dès les Lumières, s'est déployée depuis le milieu du siècle dernier. Au moment même où les idéologies collectives s'effondraient et où les technologies de communication mettaient presque le monde entier à la portée de chacun, l'individualisme trouvait là son terrain fertile. Nous voici d'autant plus autonomes qu'hyperconnectés.

Mais un nouvel isolement en a résulté. Exemple banal : dans nos rapports de travail, les liaisons électroniques sont la règle courante. Nous envoyons couramment un même message à la fois à un collègue basé à Londres et à un autre dans le bureau mitoyen. Pour le premier, c'est une plus grande proximité ; pour le second, une plus grande mise à distance. Les mêmes adolescents qui échangent constamment des messages entre eux se rencontrent moins souvent en personne.

La propagation vertigineuse de nos contacts instantanés s'est faite au détriment de leur profondeur. En s'industrialisant, la relation à l'autre s'est diluée. Notre rayon d'action et notre solitude ont progressé au même rythme. A force de se vouloir cool, le rapport à l'autre s'est refroidi. Pourtant le besoin de chaleur et de proximité humaine reste aussi présent dans chaque individu, même émancipé. Par un habituel balancier de l'histoire, l'heure du retour au « nous » se rapproche. Mais sur des bases à réinventer.

Le nous, le groupe, la communauté, la famille, sont potentiellement, à la fois oppressant et chaleureux. L'individu récemment émancipé n'est pas encore prêt à aliéner sa toute nouvelle liberté, mais commence à ressentir l'attrait de liens non hiérarchiques, non pyramidaux, pour se rapprocher des autres. L'essor actuel des formes associatives et bénévoles en témoigne. D'autant que les Etats se désengagent de plus en plus de leurs tâches et responsabilités. Face à quoi les individus comprennent tout l'intérêt pratique de se regrouper, sur la base d'une coopération librement acceptée. Est-ce si nouveau que ça ?

Comment croire en effet que l'ensemble des créations humaines n'aient pu être réalisées que par des systèmes de contrainte ? Les villages, les villes, toutes les modalités de vie commune regroupant des populations sans cesse croissantes ont demandé une capacité de coopération et une imagination qu'aucune loi, aucune hiérarchie n'aurait pu imposer. Le monde actuel est tissé d'une infinité de cellules humaines de taille variable, non hiérarchisées mais où chacun reconnaît sa dépendance aux autres et en a besoin.

[...] Le nous s'impose là au moi, du simple fait que chacun comprend qu'il en est de son intérêt. Si on y ajoute que les réseaux sociaux permettent de mettre en faisceaux les intelligences et les créativité avec une efficacité sidérante, cette numérisation du nous peut amplifier un pas en avant dans la modernité.

Le progrès de nos sociétés libres passera par l'association d'individus libres dans des actions communes qui surpassent de loin les résultats de chacun. Nous sommes en train de passer des liens imposés par la tradition et la loi, aux associations et coopérations d'autant plus fructueuses qu'elles sont consenties. Dans la morale contemporaine, la prise en compte des autres s'est, heureusement, substituée aux injonctions venues du Ciel.