

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS voie A

1^{ère} COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Attention !

L'exercice n° 1 de la présente épreuve est obligatoire et toute note strictement inférieure à 6 à cet exercice est éliminatoire (chaque question de l'exercice n° 1 étant notée sur 1 point).

Toutefois cet exercice n'entre que pour un cinquième dans la note finale de cette première épreuve de mathématiques.

Dans tous les exercices, R désigne l'ensemble des nombres réels et Ln le logarithme népérien.

Exercice n° 1

1. Calculer la dérivée de $y = x(1 + x \text{Arctg } x)$ en $x=0$.

2. Résoudre le système :
$$\begin{cases} x \text{Ln } x + y \text{Ln } y = 2e \\ \frac{x}{y} = 1 \end{cases}$$

3. Calculer $I = \int_0^1 x(e^x - 2) dx$

4. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$

5. Un coureur à pied, spécialiste du 10 km, effectue en général cette distance en 35 minutes. Il décide de s'aligner au départ d'un semi-marathon, d'une longueur de 21 km. Toutes choses étant égales par ailleurs, quel sera son temps pour parcourir 21 km

du semi-marathon, sachant qu'il perdra, en moyenne, 10 secondes chaque kilomètre par rapport à son temps sur 10 km ?

6. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n \frac{1}{(x+2)(x+1)} dx$

7. Résoudre, dans R , l'équation suivante : $x^3 \int_{-1}^1 t^3 dt + x^2 \int_{-1}^1 t^2 dt + x \int_{-1}^1 t dt - \frac{1}{3} \int_{-1}^1 dt = 0$

8. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\text{Ln}|x^2 - 3x + 2|}{x}$

9. Résoudre dans R^2 le système suivant : $x + y = x y = x^2 + y^2$

10. Pour quelles valeurs, la fonction numérique f définie pour $x > 0$ par $f(x) = x^2 \text{Ln}(x)$ est-elle convexe ?

Exercice n° 2

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{\text{Ln}(1-x)}{x-1}$

1. Étudier les variations de f et tracer son graphe.

2. Calculer $I = \int_{1-e}^0 f(x) dx$

Exercice n° 3

1. Étudier la suite $(u_n)_{1 \leq n}$ de nombres réels définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n \sin(u_n) \text{ et } 0 < u_1 < 1$$

2. Étudier la suite $(v_n)_{1 \leq n}$ définie par la relation de récurrence : $v_{n+1} = \text{Ln}\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$

Exercice n° 4

Soit $f_n(x) = x^n \text{Ln} x$, où n est un nombre entier strictement positif et x un nombre réel strictement positif.

1. Étudier les variations de f_n et tracer son graphe.

2. Étudier la convexité de f_n
3. Calculer $I_n = \int_1^e f_n(x) dx$

Exercice n° 5

Soit la fonction numérique g définie par : $g(t) = (1+t) \operatorname{Ln}(1+t) + 2t$

1. Étudier les variations de g .
2. Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = x \operatorname{Ln}(1+x^2)$
Étudier les variations de f et tracer son graphe.
3. Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$

Exercice n° 6

On considère les deux fonctions f et g définies sur l'ensemble des nombres réels positifs par :

$$f(x) = \operatorname{Ln}(x+e) \text{ et } g(x) = \sqrt{x+1}$$

1. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$
2. Dans une course à pied de 15 km, après 15 minutes de course, les deux concurrents en tête de la course se trouvent sur une même ligne. Si x désigne la distance restante à parcourir, la probabilité que le coureur A gagne la course est égale à $\frac{1}{f(x)}$ et pour le coureur B à $\frac{1}{g(x)}$. Cet énoncé a-t-il un sens? Qui a le plus de chances de gagner la course ?

Exercice n° 7

Étudier la convergence de la suite $(u_n)_{1 \leq n}$ définie par : $u_n = \frac{1}{n C_{2n}^n}$,

où C_{2n}^n désigne le nombre de parties à n éléments pris parmi un ensemble à $2n$ éléments.

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS voie A

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Quel intérêt les pays africains peuvent-ils avoir à s'engager dans un processus international plus ou moins contraignant de réduction des gaz à effet de serre ?

Sujet n° 2

Quelles solutions pourrait-on proposer pour accueillir et former convenablement les étudiants de plus en plus nombreux dans l'enseignement supérieur en Afrique ?

Sujet n° 3

D'après-vous, quel rôle peut jouer le développement des Technologies de l'Information et des Télécommunications en Afrique ?

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS voie A

2^{ème} COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Dans tous les exercices, R désigne l'ensemble des nombres réels

Exercice n° 1

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels positifs par :

$$f(x) = \frac{\text{Ln}(1+x)}{\sqrt{1+x}}, \text{ où } \text{Ln} \text{ désigne le logarithme népérien.}$$

1. Étudier les variations de f et tracer son graphe.
2. Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$
3. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f''(x) = 0$.

Exercice n° 2

Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = \frac{-3x+1}{x^3+x^2+x+1}$

1. Étudier les variations de f et tracer son graphe.
2. Trouver les constantes réelles a, b, c qui vérifient : $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1} + \frac{c}{x+1}$
3. Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$

Exercice n° 3

Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = \frac{1+x^2}{1+x}$.

1. Étudier les variations de f et tracer son graphe.
2. Montrer que le graphe de f admet un centre de symétrie que l'on précisera.
3. Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$
4. Étudier la suite (u_n) définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 \geq 0$.
5. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes C , l'équation : $f(z) = 1 + i$

Exercice n° 4

On considère la fonction numérique f définie sur R^{+*} par : $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x}$

1. Étudier les variations de f et tracer son graphe.
2. La fonction f admet-elle un point fixe ?

Exercice n° 5

Soit a un nombre réel fixé non nul. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = a$ et la relation de récurrence : $u_{n+1} = e^{2u_n} - e^{u_n}$. On introduira la fonction g définie par : $g(x) = e^{2x} - e^x - x$

1. Étudier la monotonie de la suite (u_n)
2. Étudier le signe de la suite (u_n) pour a négatif.
3. Étudier la convergence de la suite (u_n) pour a négatif.
4. On suppose que $a > 0$.
 - Montrer que $u_{n+1} - u_n \geq g(a)$

- Déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice n° 6

Le profil d'un toboggan est modélisé par une fonction f définie sur l'intervalle $[1, 8]$ (unité de mesure en mètres) par : $f(x) = (ax + b)e^{-x}$, où a et b sont deux nombres entiers naturels. On donne $e \approx 2,7$; $\frac{1}{e} \approx 0,37$ et $e^{-8} \approx 0$.

1. Étudier les variations de f et tracer son graphe pour $a=3$ et $b=1$ (on étudiera également sa convexité).
2. Déterminer la valeur de b pour que la tangente au graphe de f au point d'abscisse 1 soit horizontale.
3. On souhaite de plus que le haut du toboggan soit situé entre 3,5 et 4 mètres de haut. Déterminer la valeur de a .
4. Le mur de soutènement du toboggan sera peint par un artisan sur une seule face (partie entre le sol et le toboggan). Sur le devis proposé, l'artisan demande un forfait de 200 euros augmenté de 30 euros par mètre carré peint. Quel sera le montant du devis ?

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS voie A

CONTRACTION DE TEXTE

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Ce texte est tiré du livre de Monsieur Pierre RABHI * intitulé : « la puissance de la modération », paru aux éditions HOZHONI en octobre 2015.

Il doit être résumé en 250 mots (plus ou moins 10 %). Il sera tenu compte de l'orthographe, de la ponctuation et de la présentation de votre copie.

La puissance de la modération

La plus grande exaction (1) de la modernité est d'avoir outrepassé les limites de la nature afin de servir le culte d'une croissance indéfinie, irréaliste au sein de notre planète aux ressources abondantes mais limitées.

Ce culte enkysté dans le cerveau des experts et des politiques, s'est imposé comme une évidence sans cesse invoquée pour solutionner tous les problèmes. Il est devenu une sorte de dogme, de crédo quasi religieux, dont la remise en cause serait un blasphème qui, en des temps moins tolérants, aurait mérité le bûcher.

Pour que la logique dont il est question puisse s'imposer et perdurer, il a fallu cultiver le « toujours plus » en manipulant le citoyen réduit au statut de consommateur, afin d'installer dans sa psyché (2) le sentiment permanent du manque voire de la pénurie. Nous avons ainsi instauré le règne de la quantité et aboli la juste mesure. Le seuil de satisfaction étant sans cesse repoussé, le productivisme a finalement provoqué l'inverse de ce qu'il était censé produire : l'insatisfaction dans l'abondance engendre cet état pernicieux où les biens se banalisent, avant même d'avoir assouvi les désirs.

Nos outrances extérieures se révèlent inefficaces à combler nos vides intérieurs. L'accumulation de possessions ne garantit en rien la joie de vivre. Celle-ci, comme sentiment et sensation suprême, est d'une essence (3) qui ne peut être subordonnée à la volonté humaine, car elle ne peut être confondue avec le plaisir. Elle peut advenir dans la chaumière et désertier le plus somptueux palais.

En Grèce antique déjà, la démesure, *l'hubris*, était considérée comme un crime engendrant inmanquablement la juste colère des Dieux visant à rétablir l'équité (4) ; il est évident que notre immodération est la source de très nombreux déséquilibres actuels, que ce soit en termes de dissipation des ressources naturelles ou d'inégalités planétaires. Faut-il encore rappeler à nos esprits endoctrinés qu'un cinquième de l'humanité accapare actuellement les quatre cinquièmes des ressources ? Nous nous demandons comment et pourquoi tant de nos frères et sœurs continuent à souffrir de la faim en dépit de l'abondance des ressources.

C'est à la démesure des prospères gaspilleurs, que cela est dû, comme le pensaient les grecs, à l'orgueil de l'homme qui s'est érigé prince de la création et s'est approprié ce que la vie a élaboré depuis des milliards d'années.

Le drame du monde actuel est d'avoir permis à l'argent de légitimer de véritables hold-up sur le bien commun. Une minorité a légalisé son droit à piller ce qui est nécessaire à la survie de tous. La démesure des uns provoque la ruine et l'indigence des autres.

Le « toujours plus » pour quelques-uns engendre le « toujours moins » pour le plus grand nombre. L'organisation du vivre-ensemble universel, non seulement ne remet pas en cause cette anthropophagie mais la valide et la propage.

Bien avant nous déjà, l'émergence des grandes civilisations a montré à quel point un développement démesuré pouvait être néfaste à notre sphère terrestre et participer activement au processus de sa désertification, comme ce fut le cas en Égypte ancienne, en Mésopotamie, et dans bien d'autres espaces terrestres désertifiés, comme nous pouvons l'observer au Sahel et ailleurs.

Avec l'avènement de l'agriculture, l'être humain s'est libéré de sa condition aléatoire de « chasseur-cueilleur-pêcheur » et de sa fragile dépendance aux aléas naturels. L'agriculteur naissant est devenu également un défricheur et un pasteur immodéré.

Tel Prométhée, il a voulu atteindre une maîtrise totale de sa vie en s'exonérant des limites établies par la nature. La science et l'industrialisation ont exalté les capacités du cerveau humain à innover dans ce sens, mais l'intelligence fondamentale n'a pas suivi.

Il en résulte un constat plus que déplorable : l'humain qui était censé se libérer est aujourd'hui plus aliéné que jamais au sein d'un système vendeur de rêves, mais destructeur d'autonomie. Le dévouement à la mort outrepassa le respect et la célébration de la vie. Avec ces considérations indéniables, l'humanité contemporaine est particulièrement invitée à choisir d'urgence entre la bourse ou la vie !

Autrefois, le crime de *l'hubris* recouvrait des violations comme le vol de propriété publique ou sacrée, et il était considéré comme répréhensible et immoral. Telle devrait être notre juste posture aujourd'hui. La spéculation et le négoce autour de la terre nourricière et de ses

ressources sont insensés. C'est une véritable profanation de ce qui devrait être reconnu et protégé par les lois, comme bien commun et inaliénable de l'ensemble de l'humanité.

Cela m'évoque le discours que tint le chef indien Seattle au gouvernement d'Isaac Stevens en 1854 : « *La terre n'appartient pas à l'homme ; l'homme appartient à la terre. Toutes choses se tiennent comme le sang qui unit une même famille. Tout ce qui arrive à la terre arrive aux fils de la terre ...* ». Ces paroles révèlent pour moi la spiritualité incarnée, l'intelligence à l'état pur.

La crise fondamentale que nous vivons aujourd'hui est due en grande partie à notre rupture avec l'ordre et le sentiment sacrés. Nous évaluons les choses sur leur contrepartie financière et n'avons plus conscience de leur valeur réelle. La perception d'une planète merveilleuse, pourvoyeuse de toutes les offrandes jubilatoires, est ravalée à celle d'un gisement de ressources à épuiser.

C'est là une des grandes défaillances de l'esprit, qui démontre bien que l'humanité est capable de prouesses extraordinaires, mais qu'elle demeure profondément béotienne (5) quant à la valeur transcendante des liens inaliénables, garants de la continuité de notre aventure terrestre.

Dans l'état actuel du monde qui nous pose l'ultimatum de changer pour ne pas disparaître, peut-être aurions-nous grand intérêt à nous inspirer des processus de notre Terre-Mère et à opter délibérément pour la modération. Antidote à la démesure qui nous a causé tant de désagréments, elle apparaît comme une option consciente, un devoir moral, une posture soucieuse de contribuer à l'harmonie universelle.

À titre personnel, la modération a grandement inspiré notre retour à la terre et même le choix de notre ferme. Aridité du sol, rareté de l'eau, absence d'électricité : avec ma compagne Michèle, nous avons opté pour la modération car elle recelait beauté et simplicité. Le fait qu'aujourd'hui l'humain soit prêt à sacrifier la beauté sur l'autel de la rentabilité, m'affecte profondément. C'est une renonciation à l'une des plus belles et indispensables potentialités de l'espèce humaine, qui est celle d'admirer.

Dans notre cheminement, nous savions que l'immodération serait un piège. Beaucoup d'agriculteurs ont échoué et échouent encore à cause de cela : toujours plus de terres, de matériel, d'emprunts, etc. ne font que les anéantir.

C'est pourquoi à la chimie qui était alors en plein essor, nous avons préféré l'agroécologie. Loin du gigantisme et de la spécialisation, causes de tant de ruptures dans nos écosystèmes naturels, l'agroécologie implique de renouer avec les lois de la vie, en recréant une synergie entre les divers éléments : terre, végétal, animal, humain, qui nourrissent à leur tour la terre... L'agroécologie est une démarche juste car elle permet de répondre au besoin impérieux de se nourrir dans le respect des sources même de la vie et de la transmission d'une terre vivante aux générations futures.

Elle offre une occasion de se reconnecter profondément à la Terre-Mère et permet ainsi de mieux appréhender le grand mystère. Vous pouvez faire analyser un échantillon de terre mais vous ne saurez jamais qui ordonne au grain de blé de germer et de se multiplier à l'infini. C'est cela qui est fascinant : malgré tous nos savoirs, le mystère demeure...

La modération est puissante en ce qu'elle nous permet de reconquérir notre légitimité : plus nous sommes modérés, plus nous pouvons répondre par nous-mêmes à nos besoins fondamentaux et nous garder de l'aliénation. Elle concentre nos efforts sur l'essentiel, nous libère d'un système complexifié, et exalte le génie et la force de la simplicité. Elle libère du temps pour être et admirer, plutôt que de nous incarcérer dans le « produire » et le « consommer » et nous permet ainsi de répondre à notre véritable vocation.

La modération est puissante en ce qu'elle met en actes la conscience du lien immuable qui nous unit à la nature et à l'ensemble de l'humanité. Elle devient ainsi une posture de reliance et de solidarité : en étant modéré dans mes besoins, je permets à d'autres de satisfaire les leurs. Je me respecte, je respecte mes frères et sœurs humains, je respecte notre terre commune.

Je ne dis pas que le chemin vers la simplicité ou la sobriété est facile. Le système lui-même est pétrifiant et je comprends que bon nombre de personnes aient du mal à s'en extirper. Nous en sommes d'ailleurs tous complices, et alimentons au quotidien les multinationales par nos actes d'achat. Moi-même je ne m'éclaire pas à la bougie et ne roule pas en charrette. Mais il nous reste toujours un espace dans lequel nous avons une marge de choix : il incombe à chacun de se demander à quel moment il outrepassé la juste mesure. Car l'indispensable à la survie est par nature limité.

Il est évident qu'un changement de paradigme (6) est nécessaire pour la survie de notre espèce, remplaçant le respect de l'humain et de la nature au cœur de nos préoccupations, et que celui-ci ne pourra advenir sans la modération. La modération peut transformer le monde à condition qu'elle révèle une transformation sincère de l'être humain lui-même, retrouvant le sentiment profond d'appartenance à la réalité vivante universelle. Un être humain conscient, éveillé, faisant délibérément le choix de la modération, peut réellement participer à l'avènement d'un grand changement pour sortir de la logique que l'inintelligence continue à prôner et propager, au risque d'une impasse mortelle dans l'épopée historique du genre humain.

Il est difficile de définir ce qui fait une destinée humaine. Je vois mon propre itinéraire comme un chemin initiatique et n'aurais jamais pu imaginer que le petit orphelin du désert soit mené là où j'en suis aujourd'hui. Les multiples déchirements que j'ai subis auraient pu me faire tomber dans la révolte amère. J'ai préféré me mettre au service de l'amour et de la vie. Je suis entré dans cette posture sacrée à partir du moment où j'ai compris que je pouvais prendre soin de la Terre-Mère, participer à sa régénération et à sa préservation pour le bien de tous, la respecter et l'honorer dans mes actes quotidiens. Aimer, prendre soin et rechercher la cohérence ont été pour moi des moteurs porteurs de sens et d'enthousiasme.

.../... En relisant les citations compilées ici, qui égrainent l'essentiel du message que je n'ai cessé de porter depuis plus de trente ans, je m'aperçois que la modération a toujours été au cœur

de mon itinéraire, et que celui-ci s'apparente à une véritable insurrection contre la démesure, source de plus de frustrations que de satisfactions. Décidément, la modération est à l'évidence une puissance libératrice .../...

Je ne crois pas à la puissance des comptes en banque. La vraie puissance est dans la capacité d'une communauté humaine à se contenter de peu, mais à produire de la joie.

Nous ne pouvons accéder au bonheur par la voie de la matière, mais peut-être par la subtilité des éléments qui sont en nous, par une posture de détachement, par le fait de se déligoter des choses qui nous appesantissent.

Aucun faste sous des lustres flamboyants de cristal, aucune manifestation de la vanité conquérante, aucune construction en luxueuse chimères, n'ont la force d'un humble foyer rassemblant des hommes et des femmes dans la simplicité et la bienveillance.

Les ressources demeureront toujours insuffisantes, tant que la justice, la modération, un humanisme authentique et une conscience radicalement différente, ne présideront pas à leur usage.

Mettons en route dès maintenant les processus qui permettront d'éviter une immense déconvenue. Car la finalité est inévitable : il faudra faire de la frugalité un nouveau paradigme.

Je suis frugal parce que j'ai conscience d'habiter une planète aux ressources limitées soumise à un pillage illimité. Je suis frugal parce que je veux me libérer de la surconsommation et m'affranchir du statut de consommateur manipulé, auquel l'idéologie de la marchandise veut me réduire. Je suis frugal parce que je ne veux pas contribuer à rendre la vie des générations à venir impossible.

La modération libère du temps pour un art de vivre. Le travail devient un labeur constructeur de sens et de bien-être physique et moral. Le temps de la puissance de la modération constitutive de l'essor d'un vivre ensemble généreux et solidaire, est aujourd'hui la seule évidence.

Changement, cheminement

Tout changement implique le changement de soi, car si l'être humain ne change pas lui-même, il ne pourra changer durablement le monde dont il est le responsable. Nous oublions trop souvent que tout ce qui se produit dans le monde germe d'abord en chacun d'entre nous. Nos tourments sont à la racine de toutes les déviations de la société.

Si on admet que chacun d'entre nous est le monde, et que le monde est chacun de nous, instaurer la paix en soi, c'est contribuer à la paix dans le monde. Et nous voici affranchis de l'impuissance. Au lieu de nous positionner en victimes ou de chercher des boucs émissaires, nous cherchons et expérimentons des solutions.

Il y a en chacun de nous un tyran et une victime. Ces failles, si nous ne les accueillons pas pour les penser et les panser (7), font le lit des idéologies, du dogmatisme religieux, du conformisme militant. On se cherche un sauveur, une appartenance, une ligne de conduite, et l'on néglige de prendre sa part de responsabilité à l'égard de soi et des autres.

Bien sûr qu'il y a des protestations nécessaires, mais l'idéal est une détermination paisible, qui nous engage en notre âme et conscience et dans notre libre arbitre, à participer avec toute l'énergie dont nous disposons au changement du monde.

- (1) Exaction : abus ; détournement.
- (2) Psyché : psychisme ; âme.
- (3) D'une essence : d'une nature, d'une origine.
- (4) Équité : égalité.
- (5) Béotienne : imparfaite.
- (6) Paradigme : modèle.
- (7) Panser : soigner.

*Pierre RABHI est né en 1938 en Algérie. Il est auteur, conférencier et philosophe, et l'un des pionniers de l'agriculture écologique en France.