

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**MATHÉMATIQUES**

**(Durée de l'épreuve : 4 heures)**

***Remarque :** Les exercices sont indépendants et peuvent donc être traités dans l'ordre choisi par le candidat.  
 $\mathbb{R}$  désigne l'ensemble des nombres réels.*

**Exercice 1**

Étudier la nature des suites suivantes, et déterminer leur limite éventuelle :

a)  $u_n = \frac{2n+(-1)^n}{5n+(-1)^{n+1}}$

b)  $u_n = \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$  avec  $a, b \in \mathbb{R}^+$

c)  $u_n = \left(\frac{\binom{n-x}{n-x}}{\binom{n-x}{n+x}}\right)^n$ .

**Exercice 2**

Soient  $F$  et  $G$  les sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^3$  définis par :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x - 2y + z = 0\}$$

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 2x - y + 2z = 0\}.$$

- Donner une base de  $F$ , une base de  $G$ , en déduire leur dimension respective.
- Donner une base de  $F \cap G$  et donner sa dimension.
- Montrer que la famille constituée des vecteurs de la base de  $F$  trouvée précédemment et des vecteurs de la base  $G$  trouvée précédemment est une famille génératrice de  $\mathbb{R}^3$ .
- Les espaces  $F$  et  $G$  sont-ils supplémentaires ?

**Exercice 3**

Démontrer que les courbes d'équation  $y = x^2$  et  $y = 1/x$  admettent une unique tangente

commune.

#### **Exercice 4**

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies de  $\mathbb{R}^+$  dans  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1} \text{ si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = 1$$

$$g(x) = (x - 2)e^x + (x + 2).$$

a) Démontrer que  $g$  est une fonction positive.

b) Démontrer que  $f$  est une fonction de classe  $C^1$ . Que vaut  $f'(0)$  ?

c) Vérifier que  $f''(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^3}$ . En déduire que  $|f'(x)| \leq 1/2$

d) On définit une suite  $(u_n)$  par  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout entier naturel  $n$ . Prouver que, pour tout  $n$  entier naturel, on a :  $|u_n - \ln 2| \leq \ln 2 (1/2)^n$

#### **Exercice 5**

a) Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On en tire une au hasard et on considère les événements suivants :

A = « tirage d'un nombre pair »

B = « tirage d'un multiple de 3 »

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

b) Reprendre la question précédente avec une urne de 13 boules.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE  
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE  
ENSEA – ABIDJAN

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**ORDRE GÉNÉRAL**

**(Durée de l'épreuve : 3 heures)**

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

**Sujet n° 1**

Doit-on avoir peur du progrès ?

**Sujet n° 2**

« Nous n'héritons pas de la terre de nos parents nous l'empruntons à nos enfants ».  
Illustrez et prolongez cette citation de Léopold Sédar Senghor (1906-2001), chef d'Etat et poète.

**Sujet n° 3**

Les réseaux sociaux, médias en ligne, blogs redonnent-ils du pouvoir aux citoyens ?

AVRIL 2017  
CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES  
ITS Voie B Option Économie

Composition d'économie  
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Le candidat traitera au choix l'un des deux sujets suivants.

## Sujet 1

Que peuvent faire les banques centrales lorsque l'inflation est faible et le chômage élevé ?

## Sujet 2

### 1. Exercice de microéconomie (7 points)

#### Partie A

Alice et Bob jouent à un jeu où ils peuvent choisir de se déplacer vers le haut ou vers le bas. Leurs gains dépendent du côté vers lequel ils vont se déplacer, ainsi que du côté où va se déplacer leur partenaire. Ils ne peuvent pas communiquer avant de jouer, donc ils décident de manière indépendante. Voici la matrice des gains. Dans chaque couple de valeurs, le gain de Bob est à gauche, et le gain d'Alice à droite (par exemple : "Si Alice va en haut et Bob va en Haut, Bob gagne 1 et Alice gagne 2").

		ALICE	
		haut	bas
BOB	haut	1 ; 2	2 ; 1
	bas	2 ; 3	3 ; 2

1. Où va aller Alice ?
2. Où va aller Bob ?
3. Quel est l'équilibre de Nash et les gains correspondants ?

#### Partie B

Une consommatrice a 200\$ à la période  $t$ . Elle va gagner 1000\$ à la période  $t+1$ . Elle se demande combien consommer et combien emprunter à la période  $t$ .

Sa fonction d'utilité est  $U = U(C_t, C_{t+1}) = \sqrt{C_t} \sqrt{C_{t+1}}$ . Le taux d'intérêt réel est  $r = 10\%$ . Dans cette partie de l'exercice, vous arrondirez les résultats à l'unité la plus proche.

1. Exprimez la contrainte budgétaire intertemporelle de la consommatrice. Puis représentez-la sur un graphique avec  $C_t$  en abscisses et  $C_{t+1}$  en ordonnées

2. Expliquez à quoi correspondent les points  $(0,1220)$ ,  $(1109,0)$  et  $(200, 1000)$ .
3. Représentez graphiquement une baisse hypothétique du taux d'intérêt
4. On en reste au cas où  $r = 10\%$ . Calculez combien la consommatrice va dépenser ( $C_t$ ) et emprunter à la période  $t$ . Détaillez les calculs et/ou les étapes du raisonnement.

## 2. Exercice de macroéconomie (7 points)

On considère une économie ouverte.  $Y$  est le PIB,  $i$  le taux d'intérêt,  $e$  est le taux de change à l'incertain. Pour simplifier, on suppose les prix fixés et égaux à 1 (ainsi, le PIB nominal est égal au PIB réel, et la demande nominale de monnaie est égale à la demande réelle de monnaie).

La consommation s'écrit  $C = 0,8Y + 10$

L'investissement est  $I = 800 - 600i$

La demande de monnaie est  $L_d = 2Y - 400i$

L'offre de monnaie est  $L_o = 2800$

Les importations sont  $M = 0,2Y$

Les exportations sont  $X = 240e$

Enfin, le solde des mouvements de capitaux est  $K = 900i - 500$

1. Écrivez l'équation IS.
2. Écrivez l'équation LM.
3. Pourquoi les importations dépendent-elles du revenu national, et les exportations du taux de change à l'incertain ?
4. Pourquoi le solde des mouvements des capitaux dépend-il positivement du taux d'intérêt ?
5. En comptabilité nationale, comment s'appelle le solde  $X - M$  ?
6. Pourquoi le solde de la balance des paiements est-il toujours égal à zéro ?
7. Écrivez l'équation BP.
8. Calculez  $Y$ ,  $i$  et  $e$  à l'équilibre (lorsque les relations IS, LM et BP sont vérifiées). Vous arrondirez à trois chiffres après la virgule.

## 3. Questions (6 points)

1. Dater (au moins approximativement) la **révolution marginaliste**. Nommez-en les trois principaux contributeurs. Expliquez-en les enjeux pour la théorie économique.
2. En comptabilité nationale, quelles sont les trois définitions du PIB ? Exprimez-les par une égalité ( $PIB = \dots = \dots = \dots$ ), en économie fermée sans gouvernement.
3. Qu'est-ce que l'équivalence ricardienne ? Quelles en sont les conséquences en termes de politiques budgétaires ? Sur quelles hypothèses cette théorie repose-t-elle ?

AVRIL 2017

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE**

**(Durée de l'épreuve : 2 heures)**

Exercice 1

Une des directions du ministère de l'Économie reçoit une livraison de 10 smartphones. Afin de pouvoir dire au service comptable de payer la facture du fournisseur, n'ayant pas la possibilité matérielle de tester l'ensemble des machines fournies, le responsable décide alors de prélever au hasard un échantillon de 3 smartphones afin de valider le paiement, sachant que la facture est payée lorsque le test conduit à ne pas détecter de machines défectueuses.

Partez de l'hypothèse d'une proportion de 30 % de machines défectueuses, autrement dit, la livraison comporterait avec cette hypothèse 3 smartphones défectueux (ce paramètre pouvant varier de 0 à 10 si l'on veut avoir une vision complète des risques encourus).

- 1) Dans cette hypothèse, calculez, en faisant appel aux techniques de dénombrement, la probabilité d'observer sur l'échantillon zéro, une ou 2 machines défectueuses.
- 2) Comment varie cette probabilité d'observer un échantillon totalement conforme (aucune machine défectueuse) en fonction du nombre réel de machines défectueuses dans la livraison ?
- 3) Indiquer les raisons qui permettent au responsable du ministère de s'interroger sur l'opportunité de prélever un échantillon plus important.
- 4) Avant de répondre au responsable, de quels éléments financiers supplémentaires avez-vous besoin pour étayer votre argumentaire basé sur des critères statistiques ?

Exercice 2

Les ventes annuelles (chiffre d'affaires) dans un commerce d'un produit sont fournies dans le tableau ci-après. Les hausses tarifaires de cet article prennent effet au 1<sup>er</sup> janvier. La hausse de prix du 1<sup>er</sup> janvier 2011 a été de 5 %, celle du 1<sup>er</sup> janvier 2012 de 8 %, celle du 1<sup>er</sup> janvier 2013 de 3 % et celle du 1<sup>er</sup> janvier 2014 de 6 % (ces hausses étant calculées sur la base des tarifs au 1<sup>er</sup> janvier de l'année précédente).

En vous aidant du tableau ci-dessous portant sur le chiffre d'affaires, il vous est demandé de calculer la série annuelle des chiffres d'affaires hors inflation, en vous mettant aux conditions économiques du 1<sup>er</sup> janvier 2010.

Chiffre d'affaires du produit  
(en milliers d'euros)

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Ventes	1000	1197	1508	1864	2538

Commentez ce résultat.

Exercice 3

À partir des tableaux ci-dessous tirés d'une étude réalisée au Maroc par le Haut Commissariat au Plan et intitulée « Prospective Maroc 2030 » (août 2011), il vous est demandé de rédiger un article de 30 lignes maximum sur la démographie au Maroc, en intégrant au moins 10 idées différentes.

*Tableau 1*

Évolution rétrospective de la population marocaine et de son flux annuel moyen d'accroissement

Année	Population ( <i>en millions</i> )	Accroissement annuel moyen correspondant ( <i>en %</i> )	
		Période	Taux
1900	5,00	-	-
1912	5,40	1900-1912	0,6
1936	7,04	1912-1936	1,1
1952	8,95	1936-1952	1,5
1960	11,63	1952-1960	3,3
1971	15,38	1960-1971	2,6
1982	20,42	1971-1982	2,6
1994	26,02	1982-1994	2,0
2004	29,84	1994-2004	1,4
2007	30,84	2004-2007	1,1

*Tableau 2*

Age au premier mariage (en années) selon le sexe, par milieu de résidence

Milieu de résidence	1960	1971	1982	1994	2004
Masculin					
- Urbain	24,6	26,7	28,5	30,9	32,2
- Rural	23,9	24,8	25,6	28,1	29,5
Féminin					
- Urbain	17,5	20,8	23,7	26,4	27,1
- Rural	17,2	18,7	20,8	23,7	25,5

*Tableau 3*  
Population par milieu de résidence

Année	Urbain		Rural		Proportion de citadins (%)
	Effectifs (en millions)	Taux d'accroissement annuel moyen (%)	Effectifs (en millions)	Taux d'accroissement annuel moyen (%)	
1960	3,4	-	8,2	-	29
1971	5,4	4,3	10,0	1,8	35
1982	8,7	4,5	11,7	1,4	43
1994	13,4	3,6	12,7	0,7	51
2004	16,5	2,1	13,4	0,6	55

*Tableau 4*  
Répartition (en %) de la population par grands groupes d'âge

Année	0-14 ans	15-59 ans	60 ans et plus
1960	44,4	48,4	7,2
1971	46,9	46,9	7,2
1982	42,1	51,5	6,4
1994	37,0	56,0	7,0
2004	31,3	60,6	8,1