ENSEA – ABIDJAN	ENSAE – DAKAR	ISSEA – YAOUNDÉ	ENEAM - COTONOU

BROCHURE D'INFORMATION

SUR LE CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES

INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

(I S E)

Option Mathématiques

CAPESA

CENTRE D'APPUI AUX ÉCOLES DE STATISTIQUE AFRICAINES
ENSAI – Campus de Ker Lann
51 Rue Blaise Pascal - BP 37203
35172 Bruz Cedex - France
☎ 33 (0)2 99 05 32 17
e-mail : **capesa@ensai.fr**
site web : **capesa.ensai.fr**

Version mise à jour en novembre 2020 (concours 2021)

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES
INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES (ISE)
OPTION MATHEMATIQUES

I - ÉCOLES CONCERNÉES PAR CE CONCOURS

Le concours de recrutement d'élèves Ingénieurs Statisticiens Économistes Option Mathématiques est organisé pour les écoles suivantes :

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE (ENSEA)
08 BP 03 - ABIDJAN 08 (CÔTE-D'IVOIRE)
☎ : (225) 22 48 32 00 ou (225) 22 44 08 42 – Fax : (225) 22 44 39 88
e-mail : ensea@ensea.ed.ci – Site : www.ensea.ed.ci

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE (ISSEA)
Rue Pasteur
BP 294 YAOUNDÉ (CAMEROUN)
☎ : (237) 22 22 01 34 – Fax : (237) 22 22 95 21
e-mail : isseacemac@yahoo.fr – Site : www.issea-cemac.org

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE (ENSAE)
Immeuble ANSD
Rocade Fann Bel-Air Cerf-Volant
BP 116
DAKAR RP (SÉNÉGAL)
☎ : (221) 33 859 43 30 – Fax : (221) 33 867 91 65
e-mail : secretariat.ensae@orange.sn – Site : www.ensae.sn

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE ET DE MANAGEMENT (ENEAM)
03 BP 1079
COTONOU (BÉNIN)
☎ : (229) 21 30 41 68 – Fax : (229) 21 30 41 69
e-mail : eneam.uac@eneam.uac.bj – Site : www.eneam.uac.bj

II - OBJET DE LA FORMATION ISE

L'ENSEA d'Abidjan, l'ISSEA de Yaoundé, l'ENSAE de Dakar et l'ENEAM de Cotonou forment en trois ans des Ingénieurs statisticiens économistes dont le rôle consiste à créer, gérer et utiliser l'information statistique pour la préparation des décisions de nature économique ou sociale concernant la nation, la région ou l'entreprise.

L'Ingénieur statisticien économiste est appelé à organiser et réaliser des enquêtes, à dépouiller et analyser les résultats de ces enquêtes, plus généralement à rassembler les matériaux nécessaires à l'élaboration des comptes nationaux et des programmes de développement, et enfin à organiser, administrer et diriger un service à compétence statistique et économique.

Le diplôme d'Ingénieur Statisticien Economiste sanctionne un cycle d'enseignement d'un haut niveau théorique, qui comporte une double formation, statistique et économique.

III - MODE DE RECRUTEMENT

Le recrutement se fait par voie de concours.

Aucun candidat ne peut se présenter plus de trois fois au concours.

Le concours Option Mathématiques est ouvert aux candidats justifiant d'une inscription en 3ème année de Licence de Mathématiques, d'informatique ou bien dans une classe de Mathématiques Spéciales.

Les titulaires d'un diplôme d'Ingénieur des Travaux Statistiques (ou en dernière année de leurs études ITS) peuvent se présenter au concours Option Mathématiques.

L'admission d'un lauréat est soumise à l'obtention, selon le cas, de la Licence ou du diplôme ITS.

IV - CONDITIONS D'ÂGE

Les candidats doivent être nés après le 31 décembre 1994 et les candidats fonctionnaires ou assimilés être nés après le 31 décembre 1980 et appartenir aux administrations ou organismes du système statistique national.

Les candidats inscrits à Djibouti, à Madagascar, en République Démocratique du Congo ou dans le centre de Franceville du Gabon pour la session 2020 seront autorisés à concourir pour la session 2021 indépendamment de leur éventuel franchissement de la limite d'âge au moment de l'inscription. Les candidats des mêmes pays et centres qui étaient inscrits aux concours ITSB en 2020 seront autorisés par dérogation à s'inscrire aux concours ISE Mathématiques et ISE Economie lors de la session 2021.

V - ORGANISATION DU CONCOURS

Des centres d'examen sont ouverts dans la plupart des pays d'Afrique subsaharienne. Les principales informations relatives au concours figurent dans l'Avis de concours diffusé au quatrième trimestre de l'année précédant le concours.

VI - DATES DU CONCOURS

Le concours ISE Option Mathématiques ne comporte que des épreuves écrites qui auront lieu les 8 et 9 avril 2021. En voici les durées et coefficients :

ÉPREUVE	COEFFICIENT
ORDRE GÉNÉRAL Durée : 4 Heures	15
1$^{\text{ème}}$ COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES Durée : 4 Heures	40
2$^{\text{ème}}$ COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES Durée : 4 Heures	30
CONTRACTION DE TEXTE Durée : 3 Heures	15

Les épreuves de mathématiques et de calcul numérique portent sur le programme des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques (Mathématiques Spéciales M'). Le programme du concours est développé au point X.

Les convocations sont adressées par le responsable du centre d’examen aux candidats relevant de son centre.

VII - DOSSIER D'INSCRIPTION

Les candidats au concours doivent constituer un dossier d'inscription.

Ce dossier est disponible dans les Directions de la Statistique de la plupart des pays d’Afrique subsaharienne, dans les Écoles ou Instituts de formation statistique et au CAPESA. Il devra être déposé au plus tard le 1$^{\text{er}}$ février, complet et parfaitement renseigné, au centre d’examen où le candidat passera les épreuves.

VIII - PROCLAMATION DES RÉSULTATS

Les copies d'examen sont envoyées dès la fin du concours au CAPESA qui en assure la correction.

Le jury du concours se réunit au plus tard le 30 juin. Les candidats reçus sont informés de leur succès par courriel au cours de la première quinzaine de juillet. Les résultats sont affichés dans les écoles et présentés sur le site web du CAPESA au plus tard une semaine après les délibérations du jury ou le premier jour ouvrable suivant cette réunion. Aucune note n'est communiquée aux candidats.

IX - BOURSES D'ÉTUDES

Les lauréats pourront adresser des demandes de bourse à leurs gouvernements en sollicitant l'appui des Directions nationales de la Statistique ou, par leur intermédiaire, à l'organisation des Nations Unies, à ses agences spécialisées ou à d'autres organismes de coopération multilatéraux ou bilatéraux.

X - PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DU CONCOURS ISE OPTION MATHÉMATIQUES

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

A - Algèbre général

A.1 Groupes, anneaux

Définition d'un groupe, définition du produit de deux groupes.

Définition d'une partie génératrice d'un groupe ; groupes cycliques.

Groupes de permutations (groupes symétriques).

Définition d'un anneau (*les notions d'anneau quotient et d'anneau principal sont hors programme).*

Définition d'un morphisme d'anneaux, d'un isomorphisme.

Noyau et image d'un morphisme d'anneaux commutatifs. Définition d'un idéal d'un anneau commutatif A.

Idéaux de $K\left[X\right]$ (*on suppose que le corps de base K est un sous-corps de C).*

Structure des idéaux de $K\left[X\right]$. Application au théorème de Bézout et au théorème de Gauss.

A.2 Corps

Structure de corps.

Corps des nombres réels, corps des nombres complexes.

B - Algèbre linéaire et géométrie affine

B.1 Espaces vectoriels et applications linéaires

Espace vectoriel sur un corps commutatif. Application linéaire d'un espace vectoriel dans un espace vectoriel ; application linéaire composée. Espace vectoriel *L(E, F)* des applications linéaires d'un espace vectoriel *E* dans un espace vectoriel *F*. Algèbre des endomorphismes d'un espace vectoriel. Groupe linéaire *GL(E)*.

Sous-espaces vectoriels : combinaisons linéaires.

Intersection de sous-espaces vectoriels ; sous-espace engendré par une partie d'un espace vectoriel ; somme de sous-espaces.

Noyau et image d'une application linéaire.

Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels. Espace vectoriel quotient d'un espace vectoriel par un sous-espace.

Somme directe de deux sous-espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels supplémentaires.

Familles libres, familles génératrices.

Espace vectoriel dual d'un espace vectoriel. Orthogonalité d'un vecteur et d'une forme. Application linéaire transposée.

Espace vectoriel engendré par une partie finie : dimension et bases. Existence de supplémentaires pour un sous-espace.

Relation entre les dimensions de deux sous-espaces vectoriels, de leur intersection et de leur somme.

Base de $L(E, F)$ associée à une base de E et une base de F. Dimension de $L(E, F)$.
Rang d'une application linéaire. Base duale d'une base donnée ; dimension du dual.
Égalité des rangs d'une application linéaire et de sa transposée.

Bidual. Isomorphisme canonique entre un espace vectoriel de dimension finie et son bidual.

B.2 Matrices

Matrice d'une application linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie dans un espace vectoriel de dimension finie, une base ayant été choisie dans chacun d'eux.

Opérations sur les matrices et transposition. Espace vectoriel des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans le corps commutatif K. Algèbre des matrices carrées d'ordre n.

Groupe des matrices inversibles d'ordre n.

Rang d'une matrice. Rang de la matrice transposée.

Matrice de changement de base. Matrices équivalentes. Matrices carrées semblables.

Déterminants : définition d'une application multilinéaire. Application multilinéaire antisymétrique (le corps de base n'est pas de caractéristique 2).

Droite vectorielle des formes n-linéaires antisymétriques sur un espace vectoriel E de dimension n. Déterminant, relatif à une base de E, d'un n-uplet de vecteurs.

Déterminant d'un endomorphisme ; déterminant d'un endomorphisme composé. Déterminant d'une matrice carrée.

Calcul des déterminants ; cofacteurs et mineurs.

Application des déterminants à la détermination du rang d'une matrice.

Application des déterminants à l'orientation d'un espace vectoriel de dimension finie.

Systèmes d'équations linéaires : cas de Cramer. Cas général, Application au calcul d'une matrice inverse.

B.3 <u>Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques</u>

Espace vectoriel des formes bilinéaires symétriques sur un espace vectoriel réel. Espace vectoriel des formes quadratiques associées.

Forme positive, inégalité de Cauchy-Schwartz, inégalité triangulaire, théorème d'inertie dans le cas d'un espace vectoriel de dimension finie.

Vecteurs orthogonaux (ou conjugués) par rapport à ces formes ; noyau ; formes non dégénérées. Groupe orthogonal.

C - <u>Réduction des endomorphismes</u>

C.1 <u>Sous-espaces stables, polynômes d’un endomorphisme</u>

Définition d’un sous-espace stable, propriétés.

Polynômes d’un endomorphisme, théorème de décomposition des noyaux.

C.2 <u>Valeurs propres, vecteurs propres</u>

Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme.

Polynôme caractéristique ; sous-espace propre, sous-espace stable correspondant à une valeur propre.

Réduction d’un endomorphisme en dimension finie : un endomorphisme est diagonalisable si et seulement s’il existe une base formée de vecteurs propres. Sur *C* toute matrice carrée est semblable à une matrice triangulaire et, si ses valeurs propres sont distinctes, à une matrice diagonale.

Toute matrice symétrique à coefficients réels est diagonalisable dans *R*.

D - Espaces vectoriels normés réels ou complexes

Norme sur un espace vectoriel. Distance associée à une norme, normes équivalentes.

Équivalence de deux normes sur un même espace vectoriel de dimension finie *(la démonstration ne sera pas demandée).*

Topologie d'un espace vectoriel normé.

Définition d'une partie compacte d'un espace vectoriel normé. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Suites d'éléments d'un espace vectoriel normé.

Suites, suite convergente ; suite de Cauchy ; espace métrique complet ; espace de Banach ; exemple de R^n.

Définition de la continuité.

Applications linéaires continues ; image d'un compact par une application continue.

Définition et propriétés des applications lipschitziennes.

Cas des espaces vectoriels de dimension finie.

E. Espaces euclidiens, géométrie euclidienne, espaces hermitiens

Produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité triangulaire, norme et distance associées.

Orthogonalité, sous-espaces supplémentaires, somme directe.

Projecteurs orthogonaux.

Cas d'un espace vectoriel E de dimension finie ; matrice, relative à une base de E, d'une forme bilinéaire symétrique et d'une forme quadratique ; changement de base ; discriminant, rang, existence d'une base formée de vecteurs deux à deux orthogonaux. Groupe des matrices orthogonales d'ordre n.

Espace vectoriel euclidien, propriétés.

Isomorphisme, défini par le produit scalaire, d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie n sur son dual.

Projections orthogonales.

Endomorphisme adjoint d'un endomorphisme donné ; endomorphisme auto-adjoint, forme quadratique associée ; représentation d'un endomorphisme auto-adjoint par une matrice symétrique.

Forme sesquilinéaire hermitienne sur un espace vectoriel complexe. Vecteurs orthogonaux ; noyau ; forme non dégénérée.

Matrice, relative à une base de *E*, d'une forme sesquilinéaire hermitienne sur un espace vectoriel E de dimension finie.

Forme hermitienne ; forme positive, inégalité de Cauchy-Schwartz, inégalité triangulaire.

Produit scalaire hermitien ; espace vectoriel hermitien ; groupe unitaire. Existence de bases orthonormées dans un espace vectoriel hermitien de dimension finie. Groupe des matrices unitaires d'ordre n.

Endomorphisme adjoint d'un endomorphisme donné ; endomorphisme auto-adjoint, forme sesquilinéaire associée ; représentation d'un endomorphisme auto-adjoint par une matrice hermitienne.

Valeurs propres d'un endomorphisme auto-adjoint, réalité et existence d'une base orthonormée de vecteurs propres.

ANALYSE

F - Fonctions d'une variable réelle

F.1 Dérivation des fonctions

Dérivabilité en un point, sur un intervalle.

Fonctions de classe C^1, espace vectoriel des applications de classe C^1.

Calcul des dérivées (fonction composée, fonction réciproque).

Fonctions de classe C^k.

Théorèmes de Rolle, des accroissements finis, de Taylor-Lagrange. Sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle. Primitives.

Étude locale d'une fonction. Développements limités. Formule de Taylor-Young.

Fonctions convexes.

F.2 Intégration d'une fonction numérique d'une variable réelle

Définition de l'intégrale d'une fonction en escalier.

Intégrale d'une fonction continue par morceaux.

Fonction intégrable, au sens de Riemann, sur un segment : les fonctions continues, les fonctions monotones sont intégrables. La valeur absolue d'une fonction intégrable, le produit de deux fonctions intégrables, sont intégrables.

Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles.

Intégration sur un segment des suites de fonctions continues.

Inégalité de Schwarz. Première formule de la moyenne.

Valeur moyenne d'une fonction.

Intégrale sur la réunion de deux segments adjacents.

Changement de variable. Intégration par parties.

Intégration de fractions rationnelles.

Intégrale considérée comme fonction de sa borne supérieure.

Définition de l'intégrale d'une fonction sur un intervalle fermé non borné, sur un intervalle borné ouvert.

Critères de convergence des intégrales de fonctions positives, de fonctions quelconques.

Convergence absolue.

Fonction Gamma.

F.3 Dérivation et intégration

Primitives et intégrale d'une fonction continue.

Inégalité des accroissements finis et de Taylor-Lagrange.

Formule de Taylor-Young.

Suites et séries de fonctions.

Intégrales dépendant d'un paramètre, fonction gamma.

Convergence en moyenne et convergence quadratique.

Théorème de convergence monotone, de convergence dominée.

F.4 Courbes d'un espace vectoriel normé de dimension finie

Étude des courbes planes.

Étude des courbes paramétrées.

G - Suite, Séries, séries entières, séries de Fourier

G.1 Suites

Etude de la convergence, suites de Cauchy.

Suites récurrentes.

Suites adjacentes.

G.2 Séries

Sommation des relations de comparaison.

Comparaison d'une série à une intégrale.

Suites doubles sommables, inversion de sommations.

Suites et séries de fonctions : convergence simple, convergence uniforme et convergence normale.

G.3 Séries entières

Disque de convergence. Dérivation et intégration. Produit de deux séries entières.

Développements en série entière, pour x réel, de :

$(1+x)^{\alpha}$, Arctg$x$, Log$(1+x)$, e^{x}, ch$x$, sh$x$, sin$x$, cos$x$

Définition de $e^{z}, shz, chz, \sin z, \cos z, tgz$; propriétés de sin$x$ et cos$x$ pour x réel ; argument d'un nombre complexe non nul.

N.B. : Suivant le point de vue adopté, les développements en série entière de $\cos x$ et de $\sin x\,(x \in \mathrm{R})$ seront, soit donnés comme une définition, soit obtenus comme un résultat.

G.4 Séries de Fourier

Coefficients de Fourier : définition, expression.

Convergence en moyenne quadratique.

Convergence ponctuelle.

H - Équations différentielles

Généralités sur les équations différentielles : équations différentielles du premier ordre ; courbes intégrales. Énoncé du théorème de Cauchy-Lipschitz : $y' = f(x, y)$ pour $x \in R$ et $y \in R^{n}$.

Équations linéaires à coefficients constants.

Équations linéaires scalaires d'ordre 1 ou 2.

Système d'équations différentielles linéaires du premier ordre : méthode de variation des constantes. Système d'équations à coefficients constants avec et sans second membre ; on utilisera la diagonalisation et éventuellement, la triangularisation des matrices.

Cas d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre quelconque avec et sans second membre.

I - <u>Fonctions de plusieurs variables réelles</u>

I.1 <u>Calcul différentiel</u>

Application d'un ouvert de R^n dans R^p.

Applications partielles en un point. Continuité partielle (condition nécessaire de continuité). Dérivées partielles.

Dérivées partielles d'ordre supérieur. Théorème sur l'interversion de l'ordre des dérivations.

Application d'un ouvert d'un espace affine réel de dimension finie dans un espace affine réel de dimension finie.

Application linéaire tangente (ou différentielle) en un point.

Différentielle (ou dérivée) sur un ouvert.

Les espaces étant rapportés à des repères : matrice jacobienne, jacobien.

Différentiabilité et continuité.

Composition d'applications différentiables.

Théorème des fonctions implicites *(les démonstrations ne seront pas exigées).*

Application réciproque d'une application.

I.2 <u>Calcul intégral</u>

Coordonnées polaires.

Intégrales doubles : construction, formule de changement de variables. Fonction bêta.

J - <u>Divers</u>

La formation, tant du futur chercheur que du futur ingénieur, doit le préparer à savoir appliquer pratiquement toute question donnant lieu à présentation théorique. On exigera, dans les épreuves pratiques proposées aux concours, que les questions posées soient conduites jusqu'à leur fin et que les résultats en soient contrôlés, cela avec tout le soin nécessaire.

Les candidats aux grandes écoles doivent, en particulier, savoir :

- user de toute espèce de tables numériques ; ils n'ont pas à y faire d'autre interpolation que l'interpolation linéaire, ni à savoir la formule qui permet de majorer l'erreur commise ainsi ;

- traduire, par une représentation graphique, les résultats de l'étude d'une fonction numérique d'une variable réelle ;

- construire des courbes données paramétriquement ;

- résoudre une équation à une inconnue par les méthodes dites de Descartes et de Newton ou par la méthode des approximations successives ;

- calculer une intégrale définie par la méthode des trapèzes, calculer la somme d'une série.

Pour ces derniers problèmes, aucune "formule d'erreur" n'est demandée.

XI - CONSEILS POUR LES AUTRES ÉPREUVES

A - Ordre général

L'épreuve d'ordre général consiste dans le développement d'un sujet d'ordre général n'impliquant pas la connaissance d'œuvres littéraires déterminées. Elle demande une excellente maîtrise de la langue française écrite (orthographe, expression, concision et clarté).

Cette épreuve nécessite de procéder avec méthode et rigueur, tant du point de vue du fond que de la forme. Les conseils qui suivent reflètent les lacunes et défauts les plus couramment observés dans les copies des candidats.

- Analyser avec soin le sujet afin d'en comprendre correctement le sens et de saisir l'étendue du domaine concerné.

- Rassembler les idées à développer, s'assurer de leur cohérence et préparer un plan structuré.

- Rédiger en prenant soin d'expliquer et de fournir des arguments, ce qui va bien au-delà d'un simple catalogue d'idées.

- Veiller à la qualité de l'expression : justesse du vocabulaire, syntaxe des phrases correcte, expression précise et concise, orthographe soignée.

- Relire et corriger les fautes éventuelles.

B - Contraction de texte

L'épreuve de contraction de texte est destinée à faire apparaître la précision et la densité de style du candidat ainsi que son aptitude à la synthèse.

Elle impose notamment la contrainte de résumer le texte en un nombre de mots fixé, à 10 % près. Elle demande aussi une bonne compréhension et un travail pour dégager les idées importantes puis en faire une synthèse équilibrée. Voici quelques conseils.

- Lire attentivement le texte pour relever les idées les plus importantes, sans se perdre dans les détails. Cela nécessite une bonne compréhension des thèses présentées et du fil conducteur du texte.

- Construire et rédiger le résumé sans tomber dans l'erreur qui consiste à recopier et juxtaposer des passages du texte.

- Veiller à la qualité de l'expression : syntaxe, vocabulaire adapté, mots de liaison (entre les phrases ou les idées exprimées) bien choisis, orthographe soignée.

- Relire la copie afin de remédier aux erreurs les plus grossières : mots oubliés, phrases incorrectes, fautes d'orthographe.