ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE ENSEA - ABIDJAN	ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE ENSAE-DAKAR	INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2022

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

PREMIÈRE COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Attention !

L'exercice 1 de la présente épreuve est obligatoire et toute note strictement inférieure à 6 à cet exercice est éliminatoire (chaque question de l'exercice 1 étant notée sur 1 point).

Toutefois cet exercice n'entre que pour un cinquième dans la note finale de cette première épreuve de mathématiques.

Dans tous les exercices, **R** désigne l'ensemble des nombres réels, **C** l'ensemble des nombres complexes et ln le logarithme népérien.

Exercice 1

1. Calculer $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{3+\sin x} dx$.
2. Donner la limite en $+\infty$ de la fonction $f(x) = \frac{x + 5\cos x - \ln x}{5x + 1 + \ln(x^2+1)}$.
3. Donner le comportement au voisinage de $x = 0$ de la même fonction.
4. Ecrire le nombre complexe $z = -2\sqrt{3} - 2i$ sous forme trigonométrique.
5. Donner le domaine de définition de la fonction
$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$
6. Donner une expression simple de la dérivée de la fonction définie à la question précédente.
7. Une étude montre qu'après un repas, 1 personne sur 3 prend un café, 1 personne sur 6 en prend 2, et les autres n'en prennent pas du tout. Deux personnes viennent de finir leur repas, et on note X le nombre de cafés consommés : pour toute valeur de k pertinente, donner la probabilité pour que X soit égal à k et en déduire l'espérance de X.

8. On considère la suite définie par $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$. Cette suite est-elle croissante ? Est-elle convergente ?

9. On considère la suite définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$ pour $n \geq 0$. Déterminer la nature de la suite définie par $v_n = u_n - 1$, et en déduire l'étude de la convergence de la suite (u_n).

10. Résoudre l'equation $x^4 + 4x^2 - 1 = 0$ dans $\mathbf{R}$, puis dans $\mathbf{C}$.

Exercice 2 Pour tout entier $n \geq 1$, on considère la fonction de la variable réelle

$$f_n(x) = x^n e^{-x}$$

1. (a) Donner le domaine de définition de f_n, et calculer sa dérivée.
   (b) Montrer que toutes les courbes représentatives de f_n ont deux points communs, que l'on déterminera.
   (c) Etudier les variations des fonctions f_1, f_2 et f_3, et dresser leurs tableaux de variation.
   (d) Représenter graphiquement f_1, f_2 et f_3 sur une même figure. On précisera notamment les pentes des courbes au point d'abscisse 0.
   (e) Ecrire l'équation de la tangente à la courbe représentative de f_n au point d'abscisse 1.
   (f) On suppose que cette tangente coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $(4/5, 0)$: quelle est la valeur de n ?

2. On considère la suite (I_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par

$$I_n = \int_0^1 f_n(x)dx$$

   (a) Calculer I_1 et I_2.
   (b) Etudier la monotonie de la suite I_n.
   (c) Montrer que $I_n \leq \frac{1}{n+1}$.
   (d) Conclure quant à la convergence de la suite (I_n).

3. (a) A l'aide d'une intégration par parties, trouver une relation entre I_n et I_{n+1}.
   (b) En déduire que

$$0 \leq I_n - \frac{1}{(n+1)e} \leq \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

   (c) Déterminer la limite de la suite (nI_n) quand $n \to \infty$.

Exercice 3

1. Pour $a \in \mathbf{R}$ fixé, on considère la fonction de la variable réelle f_a définie par

$$f_a(x) = \frac{x+a}{1+x^2+a^2} \qquad \text{pour } x \neq 0$$

   (a) Faire l'étude de cette fonction, dresser son tableau de variations et montrer qu'elle admet un unique maximum, atteint en un point x_a dont on donnera l'expression en fonction de a.

(b) Donner la valeur de ce maximum.

(c) Dessiner la courbe représentative de la fonction f_2.

2. On considère désormais la fonction de la variable y

$$g(y) = \frac{1}{2\left(\sqrt{2y^2+1} - y\right)}.$$

(a) Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'équation

$$2y = \sqrt{2y^2+1}$$

(b) Donner le domaine de définition et calculer la dérivée de g.

(c) Montrer que g' est de signe constant sur $]-\infty, \sqrt{2}/2[$ et sur $]\sqrt{2}/2, +\infty[$. En déduire la valeur maximale prise par $g(y)$.

(d) Dresser le tableau de variations de g.

3. Donner la valeur maximale que peut prendre l'expression

$$\frac{x+y}{1+x^2+y^2}$$

quand x et y décrivent $\mathbf{R}$, et préciser pour quelles valeurs de x et y ce maximum est atteint.

Exercice 4 On considère la suite $(I_n)_{n\geq 0}$ définie par

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx.$$

1. (a) Calculer I_0 et I_1.

(b) Montrer que, pour tout entier $n \geq 0$,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx.$$

(c) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $I_n = \dfrac{n-1}{n} I_{n-2}$ pour $n \geq 2$.

(d) En déduire la valeur de I_{2n} et celle de I_{2n+1}.

2. (a) Montrer que la suite (I_n) est décroissante et que $\dfrac{I_n}{I_{n+1}} \leq \dfrac{n+2}{n+1}$.

(b) En déduire la limite de $\dfrac{I_n}{I_{n+1}}$ quand $n \to \infty$.

3. En utilisant les résultats des questions 1 et 2, montrer que

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{(2n)\times(2n-2)\times\cdots\times 2}{(2n-1)\times(2n-3)\times\cdots\times 1} \right)^2.$$

4. Montrer que

$$(2n-1)\times(2n-3)\times\cdots\times 1 = \frac{(2n)!}{2^n \times n!}$$

et en déduire que

$$\sqrt{\pi} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2^{2n}(n!)^2}{\sqrt{n}(2n)!}.$$

5. On lance une pièce équilibrée $2n$ fois et on note p_n la possibilité d'obtenir exactement n résultats "pile". Déduire de ce qui précède que

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n}p_n = \frac{1}{\sqrt{\pi}}.$$

Exercice 5

1. Pour tout nombre entier $n \geq 1$, montrer l'inégalité

$$\frac{n}{\sqrt{n+1}} < \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$$

2. On considère désormais la suite définie par

$$u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}.$$

   Etudier la monotonie, puis la convergence de cette suite.
3. Prouver l'inégalité

$$u_{2n} < \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2\sqrt{n}}.$$

4. En déduire que $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$.

Exercice 6

1. Montrer que l'ensemble des nombres complexes $z = a + ib$ tels que $z(z+1) \in \mathbf{R}$ correspond à deux droites du plan complexe que l'on dessinera.
2. On considère trois points distincts du plan affine A, B et C, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C. Montrer que les trois points sont alignés si et seulement si $\dfrac{z_C - z_B}{z_B - z_A} \in \mathbf{R}$.
3. Déduire des questions précédentes l'ensemble des nombres complexes z tels que les images de z, z^2 et z^4 soient alignées.
4. Illustrer ce résultat pour le nombre complexe vérifiant la propriété précédente et dont la partie imaginaire est égale à 1 (on pourra utiliser le même graphique qu'à la question 1).

Exercice 7

Deux personnes A et B jouent aux dés selon la règle suivante : A mise la somme a, B mise la somme b. Si le dé tombe sur 1 ou 2, A récupère sa mise et empoche celle de B ; s'il tombe sur 4, 5 ou 6, B récupère sa mise et empoche celle de A ; et s'il tombe sur 3, chaque joueur récupère sa mise. On suppose que le dé utilisé dans ce jeu n'est pas truqué, donc que chaque face apparaît avec la même probabilité.

On note X la variable aléatoire égale au gain de A (c'est-à-dire la différence entre ce qu'il obtient après le lancer du dé et ce qu'il a misé), et Y la variable aléatoire égale au gain de B.

1. Donner les lois de X et Y ainsi que leurs espérances.
2. Calculer la valeur de la variable $X + Y$ et interpréter le résultat.
3. Le jeu est dit équitable si l'espérance du gain de chaque joueur est nulle. A quelle(s) condition(s) sur a et b le jeu ainsi défini est-il équitable ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2022

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

ORDRE GÉNÉRAL
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Quels sont les moyens dont nous disposons pour lutter contre la désinformation et les complots imaginaires ?

Sujet n° 2

Quels sont selon vous les effets des crises notamment sanitaires sur l'organisation de nos sociétés, l'équilibre de nos institutions et la vie sociale en général ?

Sujet n° 3

On assiste à une diversification des partenariats des pays africains avec d'autres pays dans le monde. Quels effets peut avoir cette redistribution des relations sur le devenir des pays africains et sur le continent africain dans son ensemble ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2022

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Dans toute l'épreuve, *Ln* désigne le logarithme népérien, *e* le nombre de Néper, *R* l'ensemble des nombres réels, *C* l'ensemble des nombres complexes et *N* l'ensemble des entiers naturels.

Exercice n° 1

Soit l'application *f* définie sur R par : $f\ (x) = \dfrac{x-1}{x^2+1}$

1. Etudier les variations et la convexité de *f*.

2. Tracer le graphe de *f*.

3. Le graphe de *f* admet-il un centre de symétrie ?

4. Calculer $I_n = \int_0^1 \dfrac{x^n - 1}{x^2+1}\, dx$, pour tout $n \in N^*$.

Exercice n° 2

On considère la suite $(u_n)_{n\in N}$ définie par : $u_0 = 1$ et la relation de récurrence: $(3+u_n)u_{n+1} + 1 = 0$.

1. Calculer u_1 *et* u_2. Montrer que la suite est monotone.
2. Etudier la convergence de la suite $(u_n)_{n\in N}$ et déterminer sa limite si elle existe.
3. Interpréter graphiquement le résultat de la question précédente.

Exercice n° 3

On considère la fonction g définie sur l'ensemble des nombres réels négatifs ou nuls par :

$$g(x) = \cos(\sqrt{-x})$$

et la fonction h définie sur l'ensemble des nombres réels strictement positifs par :

$$h(x) = \frac{e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}}{2}$$

1. Etudier les variations de h et tracer son graphe (on précisera la pente de la demie tangente en zéro).

2. Calculer $I = \int_0^1 h(x)\, dx$

3. Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{pour } x \leq 0 \\ h(x) & \text{pour } x > 0 \end{cases}$

Etudier la continuité de f ainsi que de ses dérivées premières et secondes.

Exercice n° 4

On note $P = \{z \in C \ / \ \mathrm{Im}(z) > 0\}$ et $D = \{z \in C \ / \ |z| < 1\}$, où $\mathrm{Im}(z)$ désigne la partie réelle de z et $|z|$ son module. On considère l'application f définie sur C par : $f(z) = \dfrac{z-i}{z+i}$.

1. Montrer que f est une bijection de P sur D.

2. Déterminer le lieu géométrique des points d'affixe $f(z)$.

Exercice n° 5

On lance deux dés à 6 faces numérotées de 0 à 5. On effectue le produit des deux chiffres obtenus et on garde le chiffre des unités. On note X cette variable aléatoire. Par exemple si on obtient 3 et 4, le produit est égal à 12 et X=2.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.

2. Calculer la probabilité que X=0.

3. Calculer la probabilité que X soit strictement supérieure à 4.

4. Sur ce jeu (lancement de ces deux dés), un joueur mise 10 euros.
La règle du jeu est la suivante :
- Si X=0, le joueur perd sa mise,
- Si X est pair et différent de zéro, le joueur gagne 2 euros,
- Si X est impair, non nul et strictement inférieur à 9, le joueur gagne 4 euros,
- Si X=9, le joueur gagne 60 euros.

Calculer l'espérance de gain pour ce jeu. Commenter le résultat obtenu.

Exercice n° 6

Pour tout entier naturel non nul *n*, on considère la suite (u_n) définie par :

$u_n = \dfrac{1}{n!}\displaystyle\int_0^1 (1-t)^n e^t \; dt$, où $n! = 1 \times 2 \times .... \times n$

1. Calculer u_1.

2. Trouver une relation entre u_{n+1} et u_n, en déduire l'expression de u_n.

3. Déterminer $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA
STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE
STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2022

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

CONTRACTION DE TEXTE
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Le texte ci-après est tiré du livre de Stanislas Dehaene : « Apprendre ! Les talents du cerveau, le défi des machines », paru aux éditions Odile Jacob en septembre 2018.

Il doit être résumé en 250 mots (plus ou moins 10%). Vous indiquerez en fin de copie le nombre de mots utilisés.

Il sera tenu compte de l'orthographe, de la ponctuation et de la présentation de votre écrit.

Pourquoi l'apprentissage ?

Pourquoi devons-nous apprendre ? L'existence même de la faculté d'apprentissage pose question. Ne vaudrait-il pas mieux que nos enfants sachent parler et réfléchir dès le premier jour, telle Athéna dont la légende dit qu'elle sortit toute armée et casquée du crâne de Zeus, en poussant son cri de guerre ? Pourquoi ne naissons-nous pas pré-câblés, avec un logiciel préprogrammé et doté de toutes les connaissances nécessaires à notre survie ? Dans la lutte pour la vie que décrit Darwin, un animal qui naîtrait mature, avec plus de savoir que les autres, ne devrait-il pas finir par l'emporter ? Pourquoi l'évolution a-t-elle donc inventé l'apprentissage ?

Ma réponse est simple : le pré-câblage complet du cerveau n'est ni possible ni souhaitable. Impossible vraiment ? Oui, car si notre ADN devait spécifier tous les détails de nos connaissances, il n'aurait simplement pas la capacité de stockage nécessaire […] Le génome humain se réduit à 750 mégaoctets – le contenu d'un CD-ROM ou d'une petite clé USB ! Et ce calcul ne tient même pas compte des nombreuses redondances qui parsèment notre ADN.

A partir de cette modeste somme d'informations héritées des millions d'années d'évolution, notre génome, initialement confiné à une seule cellule, l'ovule fécondé, parvient à organiser l'ensemble du corps – chaque molécule de chacune des cellules de notre foie, de nos reins, de nos muscles, et bien sûr de notre cerveau : 86 milliards de neurones, 1 000 milliers de milliards de connexions… Comment pourrait-il les définir une par une ? […]

Pré-câbler un cerveau humain dans tous ses détails serait rigoureusement impossible, c'est pourquoi l'apprentissage doit prolonger l'œuvre des gènes.

Ce simple argument comptable, toutefois, ne suffit pas à expliquer pourquoi l'apprentissage est universellement répandu dans le monde animal. En effet, même des organismes simples et dépourvus de cortex, comme le ver de terre, la mouche drosophile ou le concombre de mer, apprennent bon nombre de leurs comportements. Prenez le petit ver qu'on appelle « nématode », ou *C. elegans*, et qui est rapidement devenu une star de laboratoire. Cet organisme est incroyablement pré-câblé : la plupart des individus comprennent exactement 959 cellules dont 302 neurones, dont toutes les connexions sont connues et reproductibles. Et pourtant, il apprend. Les chercheurs le considéraient initialement comme une sorte d'automate tout juste capable de ramper en avant ou en arrière, mais ils se sont ensuite aperçus qu'il possédait au moins deux formes d'apprentissage : par habituation et par association.

L'habituation signifie que l'organisme s'habitue à la présence répétée d'une stimulation (par exemple une molécule dans l'eau) et finit par ne plus y répondre. L'association, quant à elle, consiste à découvrir et à retenir en mémoire quels aspects de l'environnement prédisent les sources de nourriture ou de danger. Le ver nématode s'avère être un champion de l'association, capable de se souvenir que tel goût, telle odeur ou telle température ont été associées par le passé à de la nourriture (des bactéries) ou à des molécules repoussantes (l'odeur de l'ail) et d'utiliser cette information pour choisir son chemin dans son environnement.

Avec son petit nombre de neurones, le nématode aurait très bien pu être pré-câblé. S'il ne l'est pas, c'est parce qu'il est avantageux, pour sa survie, de s'adapter aux conditions spécifiques dans lesquelles il naît. Même des organismes génétiquement identiques ne naissent pas forcément dans le même environnement. Tous ont intérêt à s'adapter rapidement à des conditions fondamentalement imprévisibles. La sélection naturelle, qui est l'algorithme découvert par Darwin, parvient certes à adapter chaque organisme à sa niche écologique, mais elle le fait avec une lenteur affligeante : il faut que des générations meurent, faute d'être adaptées, avant qu'une mutation favorable puisse augmenter la survie. La faculté d'apprentissage, elle, agit bien plus vite : elle modifie le comportement en quelques minutes. Et c'est ce qui fait tout l'intérêt de l'apprentissage : s'adapter, le plus vite possible, à des conditions imprévisibles.

C'est pourquoi l'évolution a inventé la faculté d'apprendre. Au fil des générations, elle a découvert qu'il était utile de laisser certains paramètres de l'organisme libres de se modifier pour mieux s'ajuster aux aspects les plus changeants de son environnement. Certains aspects de la physique du monde sont strictement invariables : la gravitation est universelle, la propagation de la lumière ou des sons dans l'air ne change pas du jour au lendemain, et c'est pourquoi nous n'avons – Dieu merci ! – pas besoin d'apprendre à faire pousser nos oreilles, nos yeux, ou les labyrinthes de notre système vestibulaire qui mesurent l'accélération de notre corps : toutes ces propriétés de notre corps et de notre cerveau sont codées génétiquement. Par contre, l'espacement de nos yeux, le poids et la longueur de nos membres, la hauteur de notre voix varient, et c'est pourquoi notre cerveau doit les apprendre. Notre pensée est le résultat d'un compromis : énormément d'inné (toutes les grandes catégories intuitives à l'aide desquelles nous subdivisons le monde en images, sons, mouvements, objets, animaux, personnes, causes…), mais encore plus d'acquis qui raffine ces compétences précoces.

Notre espèce a fait de l'apprentissage sa spécialité. Dans notre cerveau, des milliards de paramètres sont libres de s'adapter à notre milieu, notre langue, notre culture, nos parents, notre nourriture… Ces paramètres sont choisis avec soin : au sein de notre cerveau, l'évolution a défini avec précision, quels circuits sont pré-câblés et lesquels sont ouverts à l'environnement. Dans notre espèce, la part d'apprentissage est particulièrement vaste, car notre enfance se prolonge pendant de longues années. Par le biais du langage et des mathématiques, nos espaces d'hypothèses se démultiplient en une combinatoire potentiellement infinie – même s'ils s'appuient toujours sur des fondations fixes et invariables, héritées de notre évolution.

Homo docens

S'il fallait résumer d'un mot le talent particulier de notre espèce, je retiendrais donc le verbe « apprendre ». Plus que des *Homo sapiens,* nous sommes des *Homo docens* –car ce que nous savons du monde ne nous a pas été donné : nous l'avons appris de notre environnement ou de notre entourage. Aucun autre animal n'a su, comme nous, découvrir les secrets du monde naturel. Grâce à l'extraordinaire flexibilité de ses apprentissages, notre espèce est parvenue à quitter sa savane natale pour traverser déserts, montagnes, océans, et, en quelques milliers d'années seulement, conquérir les îles les plus lointaines, les grottes les plus profondes, les banquises les plus glaciales, et jusqu'à la Lune. Depuis la conquête du feu et la fabrique des outils jusqu'à l'invention de l'agriculture, de la navigation ou de la fission atomique, l'histoire de l'humanité n'est que constante réinvention. A la source de tous ces triomphes, un seul secret : l'extraordinaire faculté de notre cerveau à formuler des hypothèses et à les sélectionner pour transformer certaines d'entre elles en connaissances solides sur notre environnement.

Cette remarquable capacité d'apprentissage, l'humanité a découvert qu'elle pouvait encore l'augmenter grâce à une institution : l'école. La pédagogie active est l'apanage de notre espèce : aucun autre animal ne prend le temps d'enseigner de nouveaux talents à ses enfants, activement, en prêtant attention à leurs difficultés et à leurs erreurs. L'invention de l'école, en systématisant l'instruction informelle présente dans toutes les sociétés humaines, a décuplé notre potentiel cérébral. Nous avons compris qu'il fallait profiter de cette exubérante plasticité du cerveau de l'enfant pour lui inculquer un maximum d'informations et de talents. Au fil des siècles, notre système scolaire n'a cessé de progresser en efficacité, commençant toujours plus tôt, dès la maternelle, et se prolongeant pendant une quinzaine d'années, voire plus : un nombre toujours croissant de cerveaux bénéficient d'un enseignement supérieur, à l'université, véritable raffinerie neuronales où nos circuits cérébraux acquièrent leurs meilleurs talents.

Aujourd'hui, l'Education Nationale peut être considérée comme le principal accélérateur de notre cerveau. Sa place de choix, parmi les tout premiers postes de dépenses de l'Etat, se justifie aisément : sans elle, nos circuits corticaux resteraient des diamants bruts. La complexité de nos sociétés contemporaines ne doit son existence qu'aux multiples améliorations que l'éducation a apportées à notre cortex : lecture, écriture, algèbre, musique, sens du temps et de l'espace, raffinement de la mémoire… Sait-on, par exemple, que la capacité de mémoire immédiate d'un analphabète, le nombre de syllabes ou de chiffres qu'il peut répéter, est près de deux fois plus faible que celle d'une personne scolarisée ?

Apprendre à apprendre

L'éducation démultiplie les facultés déjà considérables de notre cerveau –mais pourrait-elle faire mieux encore ? A l'école, à l'université et au travail, contraints de nous adapter toujours plus vite, nous jonglons avec nos algorithmes cérébraux d'apprentissage. Cependant nous le faisons d'une façon intuitive, sans avoir jamais appris à apprendre. Personne ne nous a expliqué les règles qui font que notre cerveau mémorise et comprend, ou, au contraire, oublie et se trompe. C'est dommage, car les données abondent. Un excellent site anglais, l'Education Endowment Fund (EEF) recense les interventions pédagogiques qui marchent. Et l'une des plus efficaces est la métacognition, c'est-à-dire le fait de mieux connaître son propre fonctionnement cognitif. Savoir apprendre est l'un des plus importants facteurs de réussite scolaire.

Au cours des trente dernières années, d'importants progrès ont été réalisés dans la compréhension des principes fondamentaux de la plasticité cérébrale et de l'apprentissage. Le fonctionnement de la mémoire, le rôle de l'attention, l'importance du sommeil sont autant de découvertes riches de conséquences pour chacun d'entre nous. Lorsque vous refermerez ce livre, j'espère que vous en saurez beaucoup plus sur vos propres processus d'apprentissage. Il me paraît fondamental que chaque enfant, que chaque adulte prenne la pleine mesure du potentiel de son propre cerveau et aussi, bien sûr, de ses limites. Les sciences cognitives contemporaines, par la dissection systématique qu'elles pratiquent de nos algorithmes mentaux et de leurs mécanismes cérébraux, revisitent le célèbre adage socratique « Connais-toi toi-même ». Aujourd'hui, il ne s'agit plus de pratiquer l'introspection, mais de mieux connaître la subtile mécanique neuronale qui engendre nos pensées, afin de mieux la maîtriser et de la mettre au service de nos goûts et de nos besoins.

Et je pense aussi, bien entendu, aux professionnels de l'apprentissage que sont les enseignants. Je suis profondément convaincu qu'on ne peut pas enseigner convenablement sans posséder, implicitement ou explicitement, un modèle mental de ce qui se passe dans la tête de l'enfant : quelles sont ses intuitions, correctes ou erronées, quelles sont les étapes par lesquelles il doit passer pour progresser, et quel facteur l'aide à développer ses compétences. […]

Quatre mécanismes essentiels modulent massivement notre capacité d'apprendre.

En premier vient l'attention : un ensemble de circuits neuronaux qui sélectionnent, amplifient et propagent les signaux auxquels nous accordons de l'importance – et multiplie par cent ou par mille leur représentation en mémoire.

En deuxième, l'engagement actif : un organisme passif n'apprend pratiquement rien, car l'acte d'apprendre exige que le cerveau génère activement des hypothèses, avec curiosité.

Troisième volet, et complément naturel de l'engagement actif : les signaux d'erreur et de surprise. Ce sont eux qui, en se propageant dans tout le cerveau, viennent corriger nos modèles mentaux, éliminer les hypothèses inappropriées et stabiliser les plus justes.

Enfin, quatrième facteur, la consolidation : au fil du temps, notre cerveau compile ce qu'il a acquis et le transfère en mémoire à long terme, afin de libérer les ressources pour d'autres apprentissages. La répétition joue un rôle essentiel dans cette consolidation, et même le sommeil, sans être une période d'inaction, constitue un moment privilégié au cours duquel le cerveau se répète et recode les acquis de la journée.

Ces facteurs sont universels : bébé, enfant ou adulte, quel que soit notre âge, ils continuent d'exercer leur pouvoir sur notre capacité d'apprendre. C'est pourquoi nous devons apprendre à les maîtriser. Dans la conclusion, je reviendrai sur les conséquences pratiques de ces avancées scientifiques. Changer nos pratiques, à l'école, en famille ou au bureau n'est pas forcément aussi compliqué qu'on le pense. Des idées très simples, sur le jeu, le plaisir, la curiosité, la socialisation, la concentration ou encore le sommeil, peuvent augmenter encore ce qui est déjà le plus grand talent de notre cerveau : apprendre.